

1. Rešiti jednačinu

$$3^x - 5^y = z^2$$

u skupu prirodnih brojeva.

2. Dat je trougao ABC i tačke M i N na stranicama AB i AC , redom, tako da je prava MN paralelna stranici BC . Neka je P presek pravih BN i CM . Kružnice opisane oko trouglova BMP i CNP seku se u dve različite tačke, P i Q . Dokazati $\angle BAQ = \angle CAP$.

3. Pravougaonik dimenzija 9×12 je podeljen na jedinične kvadrate. Crvenom bojom su obojeni centri svih jediničnih kvadrata, osim četiri ugaona i osam kvadrata koji imaju zajedničku stranicu sa nekim od ugaonih kvadrata. Da li je moguće označiti crvene centre sa $C_1, C_2, \dots, C_{96}$ tako da su zadovoljena sledeća dva uslova:

- (i) sva rastojanja $C_1C_2, C_2C_3, \dots, C_{95}C_{96}, C_{96}C_1$ su $\sqrt{13}$,
- (ii) zatvorena izlomljena linija $C_1C_2 \dots C_{96}C_1$ je centralno simetrična?

4. Naći sve funkcije $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ za koje važi

$$f(f(m)^2 + 2f(n)^2) = m^2 + 2n^2, \quad \text{za sve } m, n \in \mathbb{N}.$$

Vreme za rad: 4 sata i 30 minuta.

Svaki zadatak se vrednuje sa 10 bodova.