



**UDRUŽENJE MATEMATIČARA
TUZLANSKOG KANTONA**

WWW.UMTK.INFO

Seminar za nastavnike i profesore matematike, Fojnica, 22-23.01.2015. godine

Prenošenje srednjevjekovne arapske matematike u Evropu

Prof. dr. Dževad Zečić
(redovni profesor, Univerzitet u Zenici)

UTJECAJ ARAPSKIH ZNANOSTI NA EUROPSKU RENESANSU

1. Nastanak srednjovjekovne arapske znanosti i filozofije

-Mi smo daleko od jedne cjelovite slike arapske znanosti jer postoje značajne praznine zbog toga što su mnoga djela izgubljena i mnogobrojna druga poznata djela nisu istražena.

-Znanost na arapskom koja pripada srednjovjekovlju može se hronološki podijeliti u tri faze:

- i) **Prva se sastoji od perioda recepcije i asimilacije znanosti prethodnika.**
- ii) **Iza ovoga slijedi stvaralački period, koji počinje oko sredine IX stoljeća.**
- iii) **Treći period je karakterističan po tome što se znanstvenici nisu više osjećali kao direktni učenici antičkih znanstvenika iako su nerijetko koristili njihova djela. Hronološki se može uzeti da ovaj period počinje u drugoj polovini XII stoljeća”([5], str. 26.).**

- Arapi su svoja znanja iz prirodne filozofije, matematike i astronomije crpili iz dva izvora, i to starogrčkih i istočnjačkih shvatanja. Prevođenje starogrčkih prirodnofilozofskih i filozofskih djela bilo je vrlo važno za njihovo formiranje prirodnofilozofskog sistema. Među tim djelima osobito važna su bila Platonova, Aristotelova i Ptolomejeva. Istodobno su prevođena i indijska djela.

- Brzo probuđeni interes za teoretsku matematiku doveo je od početka IX stoljeća do prijevoda grčkih originala, knjiga ili njihovih poboljšanja s jedne strane kao što su **Elementi od Euklida** i s druge strane do proučavanja Arhimeda, Apolonijusa, Menelaja i drugih. S ovim je matematika na arapskom već u fazi recepcije i asimilacije dovedena na visoki teoretski nivo.

- **Elementi indijske matematike**, preuzeti u ranoj fazi indirektno od Perzijanaca a zatim sredinom VIII stoljeća direktno od Indijaca, nalaze u islamsko – arapskim krugovima, pod utjecajem grčke pretežno deduktivne metode, nove mogućnosti za dalji razvoj.

- Arapski radovi u oblasti egzaktnih znanosti, koji su započeli sa Al-Fazari-jevim prijevodom Siddhant-a, dostigli su svoj prvi uspon u dijelima **Muhameda ibn Muse al-Horezmija (780.-850.)** i može se reći da povijest matematike arapskog medievalnog perioda počinje sa njim. U njegovim rukopisima grčka i indijska matematička tradicija postaju jedinstvene. On je napisao dosta djela iz matematike i astronomije. Arapski originali tih radova su izgubljeni ali neki imaju latinske prijevode iz XII stoljeća.

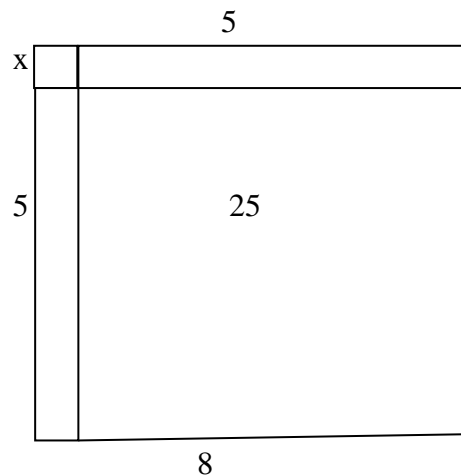
- U svojoj aritmetici on uspostavlja indijski sistem pisanja brojeva i njegovo djelo u prijevodu na latinski jezik pod naslovom **De numero Indorum** je poslužilo kao izvor pomoću kojeg je zapadna Evropa upoznala decimalni pozicioni zapis brojeva.

-U drugom rukopisu autor je imenovan **Algorismus i Algorismus**, odakle je u matematički jezik uveden termin algoritam što predstavlja latinizirano ime autora.

- Njegovo djelo iz algebre pod naslovom **Kitab muhtasar min hisab al-džabr va-l-mukabala** (Kratka knjiga o računanju al-džabr i al-mukabala) označava “nauku o jednačinama”, čiji je originalni tekst izgubljen ali je sačuvan na Zapadu u prijevodu na latinski jezik i riječ al-džabr ostala je u upotrebi kao sinonim čitave algebre, koja je do XIX stoljeća bila kao znanost o jednačinama. Za Al-Horezmija se može reći da je u svojim radovima upotrijebio algebru u našem modernom smislu. On je to učinio kada je objasnio kako je moguće da reducira neke probleme jedne od šest standardnih formi jednačina upotrebljavajući dva procesa, prvi znan kao al-džabr i drugi kao al-mukabala.

- Al-Horezmi nije koristio simbole kao što mi danas činimo i svoju matematiku je izražavao riječima. Isto tako nije operisao sa negativnim brojevima.

$$x^2 + 10x = 39$$



$$39 + 25 = 64 \Rightarrow \sqrt{64} = 8 \Rightarrow x = 3$$

- Retoričko izražavanje u matematici i neupotreba negativnih brojeva će biti karakteristika čitavog budućeg perioda arapske matematike. Paralelno su razvijene i druge grane egzaktnih i prirodnih znanosti.

- Time u islamskom svijetu, tradicije indijske i grčke znanosti/matematike se susreću i započinje jedinstvo unutar strukture u kojoj algebra, aritmetika i geometrija su bile u posjedovanju kontemplativnog, spiritualnog i intelektualnog aspekta, isto kao taj praktični i čisti racionalni aspekt, koji je bio jedini dio medievalne matematike, nerazdvojiv i razvijen za kasniju zapadnu znanost, poznatu pod istim imenom.

- Mnogobrojne političke i etničke izmjene u islamskom svijetu su izazvale uspone i padove u **razvitku astronomije i matematike**. Jedni centri su iščezavali, drugi su doživljavali procvat, ali u suštini karakter islamskih znanosti je ostao neizmjenjen.

- Tako je, u tom smislu, u sjevernoj Persiji u XI stoljeću započela koncentracija znanosti. Tu je živio **Omar Hajjam (1048-1131)** koji je načinio reformu persijskog kalendara. On je napisao algebarski traktat u kojem je sadržano sistematično istraživanje jednačina drugog stepena. U drugoj knjizi, u kojoj je razmatrao radove Euklida, Omar Hajjam je zamjenio euklidsku teoriju proporcija brojevnom teorijom i uopće shvatio je efikasnost brojeva.

- Poslije toga, godine 1258. , Mongoli su razrušili Bagdad i nedaleko odatle je nikao novi cenatar u obliku **Maraginske opservatorije**, koja je bila uspostavljena mongolskim vladarom Hulaguom, pod upravom **Nasir ad-Dina at-Tusija (1201-1274)**. At-Tusi je odvojio trigonometriju od astronomije kao samostalnu disciplinu. Pokušao je dokazati aksiome o paralelnosti kod Euklida pri čemu je slijedio rad mislioca Omara Hajjama, pokazujući da je cijenio teoretski metod kod Grka. On je bio privržen tradiciji Hajjama i u svojoj teoriji brojeva i računanju približnih vrijednosti iracionalnih brojeva.

- Maraginska škola je posvetila posebnu pažnju prema grčkoj geometriji a posebno prema Euklidu. Veliki sirijski enciklopedista Abu-l-Faradž je predavao u Maragi Euklida i to 1268. godine. Pod upravom At-Tusija i Muhii ad-Dina al-Magribija je u ovom gradu izašlo izdanje Kitab al-mutawassitat, knjiga koja je bila velika kolekcija

grčkih i arapskih klasika. Ipak se može zaključiti da je medievalna arapska znanost u 12. stoljeću bila na kraju svog uspona i da taj period predstavlja kraj njihovog zlatnog perioda. Tada je arapska znanost dostigla svoj vrhunac dok Evropa biva spremna za prihvatanje te znanosti.

2. Prevodilačke aktivnosti u Evropi

-U 12. stoljeću latinska Evropa je prebrodila jezičku barijeru prema arapskom jeziku i time počinje stoljeće prijevoda u Evropi. U to vrijeme, bile su tri glavne sponne između islamskog i kršćanskog svijeta – **Španija, Sicilija i Istočno Carstvo**.

-U početku se prevodilo isključivo sa arapskog na latinski. Međutim u 13. stoljeću postojalo je više načina kao što je sa arapskog na španski ili hebrejski, sa grčkog na latinski ili kombinacija arapski, hebrejski i latinski.

-**Grad Toledo** bio je idealno mjesto za preuzimanje arapske znanosti. U njegovim bibliotekama bilo je obilje arapskih rukopisa, a mnogi su govorili arapski jezik što je olakšavalo međujezički protok informacija.

-Kozmopolitizam prevodilaca u Španiji je jasan po nekim od imena: Robert iz Čestera, Herman Dalmatin, Plato iz Tivole, Gerard iz Kremone, Džon iz Sevilje i drugi.

-U prvim godinama prevodilačkog razdoblja među najinteresantnijim temama bila je i tema iz **astrologije**. U tim djelima su ponajprije tražene korespondencije kretanja nebeskih tijela sa promjenama u prirodi.

-Drugu skupinu djela činila su ona o **astronomskim spravama i tablicama**. Posebno se pisalo o **astrolabu**. Prevođenje astronomskih tablica je imalo važnost jer su ta djela zajedno sa spravama činili podlogu za praktičan pristup u astronomiji.

-Često prevedeno djelo sa arapskog je bilo **Euklidovi Elementi** a isto tako i aritmetički traktati. Godine 1202. bila je publikovana knjiga koja je bila glavni događaj u uvođenju brojeva i označava početak evropske matematike. Ta knjiga je bila naslovljena **Liber abaci**. Ona je sadržavala prvo kompletno i sistematično objašnjenje indijskih brojeva u Evropi. Autor te knjige je **Leonardo Fibonaći** koji je to znanje stekao tokom svog boravka u islamskom svijetu.

-Nešto kasnije se pojavila druga aritmetička rasprava, **Algorismus demonstratus**, koju je sačinio **Boetian**. Odavde je jasno da je preuzimanje iz islamskog svijeta, shodno njihovoj upotrebi **hindu i ghubar brojeva**, bila pomiješana orijentacija abacus i algorismus u evropskom svijetu o čemu svjedoče ove dvije rasprave.

-Ima znakova da su indijski brojevi već upotrijebljeni u sjevernoj Italiji prije kraja 13. stoljeća a nisu krajnje triumfovali za tri stoljeća kasnije.

- Isto tako algebra iz islamskog svijeta je prenešena na Zapad kroz latinske prijevode koje su sačinili Adelard od Beta, Džon od Sevilje, Robert od Čestera i indirektno kroz Fibonaćijev rukopis. **Plato od Tivolia i isto tako Robert od Čestera su na latinski preveli Al-Horezmijev algebarski traktat 1145. godine.**

-Ta godina se može smatrati godinom rađanja evropske algebre. Povijest elementarne geometrije zadnjih 22 stoljeća je suštinski povijest euklidove tradicije. U medievalnom periodu niz matematičara, većina od njih su bili muslimani, pisali su komentare o Euklidu. **Prvi latinski prijevod Euklida je sačinio Adelard od Beta, vjerovatno prije 1142. godine, naravno sa arapskog jezika.**

Danas je jasno da je baš u XII stoljeću dat novi zamah razvoju znanosti, koji se snažno odrazio tokom razvijenog srednjeg vijeka kao i u XVI stoljeću, a čije korijene treba tražiti baš u XII stoljeću.

PRENOŠENJE ARAPSKIH CIFARA U EUROPU

1. Prijenos arapske matematike u Evropu

-Evropa, prije i u vrijeme **Gerberta (940.-1003.)**, nije još bila spremna za razvoj matematike. Katolička crkva, preko svojih institucija i jezika, u skladu sa svojim mogućnostima nastavila je da njeguje kulturne tradicije Rimske Imperije. Samostani i obrazovani pojedinci održavali su u izvjesnoj mjeri grčko-rimsku civilizaciju.

-Autoritet matematičkih djela u Evropi bio je **Anicije Manilaj Severin Boecije**(480.-524.), skoro hiljadu godina, i njegovo djelo **Osnovi aritmetike** (*Institutio arithmetica*) je dovršen prijevod Nikomaha.

-**Gerbert**, neovisno od Boecijeve tradicije koja je dominirala u zapadnoj crkvenoj školi, je napisao matematičko djelo koje sadrži aritmetiku i geometriju. Bio je među prvim koji je učio upotrebu indijsko-arapskih cifara. Bilo je otpora u Evropi prema prihvaćanju indijsko-arapske numeracije. Autori iz 13. stoljeća koji su popularisali ovaj vid numeracije zvali su se "**algoristi**", za razliku od onih koji su bili na tradiciji Boecija a zvali su se "**abakisti**". Abakusi su se koristili u 11. i 12. Stoljeću. Mada, prije rasprava o upotrebi ove sprave njena tradicija doseže do antičke Grčke pa čak do Egipta i Babilona. Naziv sprave moguće da je izveden od grčke riječi $\alpha\beta\alpha\xi$, što znači ploča. "Abakisti" su isključivo koristili rimske brojeve u njihovim raspravama i nedostaci ovih brojeva se nisu osjećali zbog odsustva stvarnog računanja. Ti brojevi su bili jednostavni za bilježenje konačnog rezultata.¹

-Među "**algoristima**" posebno su se isticali: *Aleksandar iz Viledia* (1225.), *Džon iz Halifaksa* (znan kao *Sacrobosco*) i *Leonardo iz Pize* (1180.-1250.) (znan kao Fibonacci). *Carmen de Algorismo* od *Aleksandra* je poema u kojoj osnovne operacije sa cijelim brojevima su potpuno opisane i to sa upotrebom indijsko-arapskih cifara gdje se postupa sa nulom kao brojem.

-*Algorismus vulgaris* od *Sacroboscoa* prikazuje računanje a isto tako populariše njegov osnovni traktat iz astronomije pod nazivom *Sphera* koji je korišten u školama u kasnijem Srednjem vijeku.

-Knjiga **Liber abaci** (**Knjiga o abaku**) od **Fibonacci** završena je 1202. godine i proslavljena je knjiga. Imala je neodgovarajući naslov. To nije djelo o abaku, nego je to vrlo iscrpno razmatranje algebarskih metoda i problema u kojima se upotrebljavaju indijsko-arapski brojevi u strogoj zasnivanju i, nažalost, retorička forma izražavanja. Liber abaci je bila otvorena u idejama koje su djelovale skoro moderno, ali čija karakteristika je bila oba razmišljanja, islamskog i kršćanskog srednjovjekovlja, i tu su aritmetika i geometrija podržale jedna drugu. Ovo gledanje je, naravno, bilo oponašanje Al-Horezmijeve Algebre. Liber abaci, uprkos tome, sadrži više brojeva nego geometrije. U tom djelu je opisano "devet indijskih znakova" zajedno sa znakom 0. Indijci su nulu nazivali "**sunja**" što znači "**prazno**" a u prijevodu na arapski je "**asifr**", odakle je proizašla riječ cifra (**cifra, chiffre, cipher, Ziffer**), što je u evropskoj literaturi prvobitno označavalo **nulu**². Naravno, Fibonacciev račun sa indijsko-arapskim brojevima je bio vrlo važan u procesu prenošenja arapskih znanosti. Bilo je velikog otpora prema uvođenju indijsko-arapskih cifara, jer je takva numeracija otežavala čitanje trgovačkih knjiga. Tek u 14. stoljeću italijanski trgovci

¹ O tome vidi: G. Sarton, Introduction to The History of Science, The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1931, str. 756.

² G. P. Matvievskaja, B. A. Rozenfeljd, Matematiki i astronomi musulmanskoga srednevekovja i ih trudi (VIII – XVII vv.), knjiga 2, Nauka, Moskva, 1983, str. 16.

su u svojim računskim knjigama počeli upotrebljavati neke arapske cifre. Međutim to je u Evropi u opću upotrebu ušlo tek u 16. stoljeću.

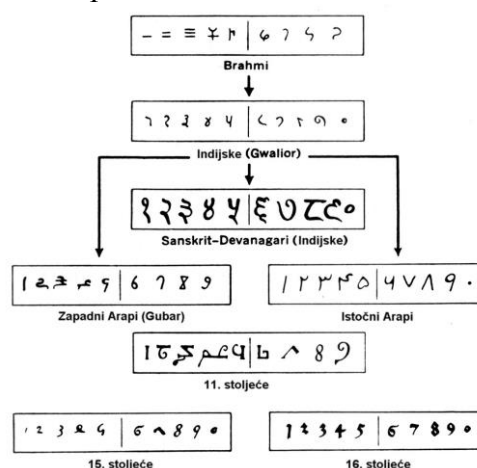
2. Prihvatanje indijsko-arapskih cifara u Evropi

Srednjovjekovni arapski znanstvenici su koristili dva osnovna vida numeracije. Prvi je preuzet od indijaca pod nazivom *indijske cifre* (arkam al-Hind) odakle su proizašle naše "arapske cifre". Drugi vid je bio **slovna numeracija** pod nazivom *džumal ili abdžad*.

-Krajem 8. stoljeća *Muhammad al-Fazari* je preveo indijski traktat iz astronomije pod nazivom *Siddhant* koji je na arapskom jeziku dobio naziv *Sindhind* i tada je shvaćeno preimućstvo pozicione numeracije sa deset cifara, uključujući i nulu, nad grčkim koje je bilo rasprostranjeno, u to vrijeme, na Bliskom Istoku. Indijski sistem numeracije je dobio široku primjenu na Bliskom i Srednjem Istoku zahvaljujući aritmetičkom traktatu *Muhameda al-Horezmija*.

- Imena arapski i rimski jednostavno pokazuju na porijeklo i izvor, ona potvrđuju činjenicu da prva numeracija je bila prihvaćena od Arapa a slovna od Rimljana.

-Arapska numeracija, isto tako, razlikuje dva različita tipa cifara koje se karakteriziraju sa dva imena, **hindu i gubar** cifre. *Hindu* cifre su bile zajedničke među istočnim Arapima i još su prisutne u današnjem arapskom svijetu. *Gubar* cifre su se nalazile u Španiji među zapadnim Arapima. Riječ *gubar* znači *pijesak*. Ovaj termin sugerira da su ovi brojevi korišteni u vezi sa nekom vrstom pješčanog abakusa³. Njihove forme su varirale manje ili više ali se može utvrditi da gubar numeracija liči našoj modernoj numeraciji mnogo više nego hindu numeracija i ona je skoro identična sa formom abakus numeracije date u Boeciusovoj geometriji. Ime hindu numeracije je potpuno jasno. To jednostavno pokazuje porijeklo i izvor, to potvrđuje dobro zasnovanu činjenicu da su je Arapi naučili od Hindusa. Mnogo manje je jasno značenje termina gubar i porijeklo gubar numeracije.⁴ Predložena je teza od strane Vopkeove teorije i podržana od Ganca da gubar brojevi su bili šireni sa neopitagorejcima i da Arapi su učili njih direktno od Rimljana.⁵ Znac prvog tipa još i sada se upotrebljavaju u arapskom svijetu, dok je naš savremeni sistem, najvjerojatnije, proizašao iz sistema "gubar" čiji su se znaci upotrebljavali u Španiji prije nego što su tamo došli Arapi.



³ O tome vidi: G. Sarton, Introduction to The History of Science, The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1931, str. 663.

⁴ S. Gandz, The Origin of the Ghubar Numerals, or The Arabian Abacus and the Articali, Isis, XVI, 2, 49 (1931), str. 392-424.

⁵ O tome vidi: Ibid., 392-424.

Slika 1. Oblici deset cifara iz različitih perioda⁶3. *Renesansna evropska matematika*

-Najpoznatija renesansna algebra, koja je bila među prvim, je izašla u Italiji. Kaluđer **Luka Pačoli (1445.-1514)** je napisao matematičko djelo *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*⁷ koje je direktan nastavak *Liber abaci* iz 1202. godine a bez spominjana prethodnika i posrednika koji su djelovali poslije Leonarda Pizanskog. Put za djelo *Summa* bio je pripremljen generacijom arapskih algebrista, posebno sa Al-Horezmijem, i izravno matematičkim djelom Leonarda Pizanskog. Ovo djelo je impresivna kompilacija materijala, sa izvorima koji općenito nisu naglašeni, iz područja aritmetike, algebre, Euklidove geometrije i uvoda u knjigovodstvo. Napisano je na italijanskom jeziku. Od tada su indijsko-arapske cifre bile općeprihvaćene. Renesansa u znanosti je često predstavljala bljesak otkrivanja grčkih radova ali u matematici je to ipak bio nastavak srednjovjekovne tradicije.

-*Regiomontanus* (1436.-1476.) je bio među najutjecajnijim matematičrima 15. stoljeća. Poslije putovanja i učenja u Italiji, Regiomontanus se vratio u Njemačku gdje je otvorio štampariju i opservatorij u Nirnbergu. On nije dijelio humanističke apoteoze Helenizma i bio je spreman da prepozna važnost srednjovjekovne arapske i latinske algebre. Bio je blizak sa radovima Al-Horezmija i Fibonaćia. To mu je omogućilo da koristi algoritamske metode koje su razvili arapski algebraisti a što je prenešeno u Evropu u 12. stoljeću. Algebra Regiomontanusa, slično kao kod Arapa, bila je retorička. On je bio upoznat sa radovima *Nasir ad-Dina at-Tusija* (1201-1274) i to je bio izvor njegove želje za zasnivanjem trigonometrije kao zasebne discipline, neovisne od astronomije. Njegovo djelo *De triangulis omnimodis*, koje predstavlja sistematično rješavanje trokuta, je ponovno rađanje trigonometrije.

- U italijanskim gradovima, u toku **15. stoljeća** i kasnije, matematika je zauzimala istaknuto mjesto. **Bolonjsko sveučilište** bilo je, krajem 15. stoljeća, jedno od najvećih i najpoznatijih u Evropi. Studenti tog sveučilišta u raznim periodima bili su *Pačoli*, *Albreht Direr*, *Kopernik* i dr. Tu novu epohu karakterizira težnja da se usvoji znanost klasika i da se stvara nova, koja će prijeći granice koje su povukli klasici. **Time je Evropa učila matematiku grčku, arapsku i latinsku koja je tekla kroz sveučilišta, crkvene prepisivače, rastuće trgovačke aktivnosti i kroz učenja drugih disciplina.**

-U 16. stoljeću u Evropi dolazi do pojave novih ideja u matematici a koje su uglavnom vezane za **F. Vijeta (1540.- 1603)**. Njegov najveći uspjeh je usavršavanje teorija jednačina što je prisutno u djelu *Uvod u analitičku vještinu* (1591.). Bio je među prvima koji je brojeve predstavljao slovima i njegova "*logistica speciosa*" označava **pojavu opće simbolike**. Druga značajna tekovina u usavršavanju numeričke tehnike bilo je otkriće **logaritama**. To pripada škotskom lordu *Džonu Neperu* koji je godine 1614. štampao *Opis divnog kanona logaritma*. Godine 1624, *Brigs* je objavio *Logaritamsku aritmetiku*. U redove velikih matematičara ovog perioda pripada i *Marin Getaldić*, rođen 1568. godine u Dubrovniku gdje je i umro 1626. godine. Njegov najznačajniji rad *O matematičkom rješenju i konstrukcijama* daje ideje o primjeni algebre u geometriji i time se može smatrati pretečom *Ferme* i *Dekarta*. Time matematika u 16. i 17. stoljeću, sa novim idejama i načinom izražavanja, dobija jaki poticaj za daljnjim razvojem, kreće drugim tokom i postiže velike rezultate.

⁶ C. B. Boyer, A History of Mathematics, John Wiley and Sons, inc., New York, Chichester, Brisbane, Singapore, 1989, str. 237.

⁷ C. B. Boyer, A History of Mathematics, John Wiley and Sons, inc., New York, Chichester, Brisbane, Singapore, 1989, str. 278.

5. Ulazak Bosne u sferu islamsko-orijentalne civilizacije

Pad Bosne i Hercegovine pod tursku vlast doveo je do prekretnice u političkom, ekonomskom i kulturnom životu. Naime, s osmanskom vladavinom Bošnjaci su ušli u sferu islamsko – orijentalne civilizacije koja se odražavala u svim aspektima života. S time je i pisana riječ bivala dominantnija i rukopisna knjiga u to vrijeme doživljava procvat. U prvoj etapi osmanske vlasti rukopisna knjiga se uvozila iz značajnijih orijentalnih centara tog vremena, pa se na taj način privatne biblioteke obogaćuju djelima koja su bila iz oblasti religije, filozofije, književnosti, mistike, lingvistike, astronomije, matematike, geografije, medicine i drugih znanosti.

U vremenu od 15. stoljeća do sredine druge polovine 19. stoljeća formirane su brojne biblioteke, privatne i javne, a koje su sadržavale orijentalne rukopise iz različitih oblasti znanosti. Najznačajnija bosansko–hercegovačka biblioteka u vrijeme turske vladavine, koja nije gubila primat ni u austrougarskom periodu, jeste *Gazi Husrev–begova biblioteka* u Sarajevu, koju je osnovao *Gazi Husrev–beg* zakladnicom za medresu 1537. godine. Biblioteka je posjedovala i još uvijek posjeduje dosta turskih, arapskih i persijskih rukopisa iz oblasti svih znanosti a samim tim i iz oblasti egzaktnih znanosti. Isto tako biblioteka čuva i djela bosansko–hercegovačkih autora koji su stvarali na orijentalnim jezicima.

Ova biblioteka čuva izvjestan broj matematičkih rukopisa čiji su autori iz različitih islamskih zemalja. Čak je većina rukopisa prepisana van prostora Bosne.

5.1. Lista orijentalnih rukopisa iz matematike koji se čuvaju u Gazi Husrev-begovoj biblioteci u Sarajevu⁸

U popisu su navedeni slijedeći podaci: ime autora koji je napisao djelo sa osnovnim biografskim podacim, prijepisi njegovih djela sa signaturama koji se čuvaju u Gazi Husrev-begovoj biblioteci i godina i ime prepisivača ako su poznati.

1. *Šihab ad-Din Abu-l- 'Abbas Ahmad ibn Muhammad ibn 'Imad ibn al-Haim al-Faradi* (1355-1412) - rodio se u Kairu, predavao matematiku u medresi Salahija u Jerusalimu, umro u Jerusalimu.

Prijepisi njegovih matematičkih djela iz 1550. godine na arapskom jeziku a koji su sačuvani u Gazi Husrev-begovoj biblioteci u Sarajevu su:

- i) *Nuzha an-nuzzar fi-l-hisab* /Zadovoljstvo promatranja u aritmetici pojma gubar (cifra)/ , R-2440/1.
- ii) *Al-Wasila fi 'ilm al-hisab* /Pomoć u aritmetici/, R-2440/3.

⁸Popis je napravljen na osnovu ličnog uvida a podaci o nekim autorima su preuzeti iz dostupne literatura. O ovome vidi: Islamski kalendar i astronomija, priredio dr. Enes Kujundžić, El-kalem,1991, str. 29 – 36 i 88 – 91. i G. P. Matvievskaia, B. A. Rozenfeljd, Matematiki i astronomi musulmanskogo srednevekovja i ih trudi (VIII – XVII vv.), kniga 2, Nauka, Moskva, 1983, str. 579 – 584, 643, 422 – 423, 569, 487, 472 – 474.

iii) *Al-Mugni' fi-l-džabr wal-muqabala* /Dovoljno o al-džabr wal-muqabala/, R-2440/4.

iv) *Al-Musri' muhtasar al-Mumti' fi šarh* /Brzo skraćena zanimljivost u komentaru o al-džabr wal-muqabala/, R-2440/5.

v) *Risala fi 'ilm al-hisab* /Traktat o znanosti aritmetike/, R-2440/7.

2. *Šams ad-Din Muhammad ibn Ašraf al-Husaini as-Samarkandi al-Maragi* (druga polovina XIII stoljeća), iz Samarkanda i autor mnogih djela iz područja filozofije, teologije, logike, prava, matematike i astronomije. Radio je u maraginskoj opservatoriji At-Tusija. Njegovo najpoznatije djelo je *Aškal at-ta'sis* /Ponuda dokaza/ koje sadrži matematiku, prirodne znanosti i filozofiju.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je prijepis njegovog djela:

i) *Aškal at-ta'sis* /Ponuda dokaza/, prijepis je iz 1721. godine, R-623/1.

3. *Šams ad-Din Muhammad ibn Mubarakšah Mirak al-Buhari al-Haravi* (umro oko 1340. godine), vjerovatno rodom iz Buhare. Napisao je komentar na djelo *Aškal at-ta'sis* /Ponuda dokaza/ od Šams ad-Dina as-Samarkandija.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je prijepis njegovog djela:

i) *Šarh Aškal at-ta'sis* /Komentar o Ponuda dokaza/, prijepis je iz 1476. godine, R-2526.

4. *Salah ad-Din Musa ibn Muhammad ibn Mahmud Kazi-zade ar-Rumi* (1360-1437), rodom iz Burse, sin sudije(kazi-zade), radio u Samarkandu.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je prijepis njegovog djela:

i) *Šarh Aškal at-ta'sis* /Komentar o Ponuda dokaza/, R-1889.

5. *Šaraf ad-Din Jahia al-'Amriti al-Azhari al-Ansari* (druga polovina XVI stoljeća), pjesnik i matematičar. Napisao matematičko djelo u stihovima pod nazivom *Al-Manzuma fi-l-hisab* /Poema o matematici/.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je prijepis njegovog djela:

i) *Al-Manzuma fi-l-hisab* /Poema o matematici/, R-1749.

6. *Hasan ibn Abu Talib zvani Abu Mahasin al-Baihaki al-Horasani*, autor nije registrovan ni u istočnim ni u zapadnim izvorima. Napisao je matematičko djelo *Muhtasar fi 'ilm al-hisab*.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci se nalazi prijepis njegovog djela:

i) *Muhtasar fi 'ilm al-hisab* /Osnove matematike/, prepisao Imad ibn Muhammad al-Džili 1340. godine. Za sada je jedini registrovani primjerak u svijetu.

7. *Baha ad-Din Muhammad ibn Husain al-'Amili* (1547-1622), rođen u Balbeku, učio u Iranu, bio je šeih-al-islam pri dvoru šaha Abaza I u Isfahanu. Poznati je matematičar, astronom i filozof. Napisao je matematičko djelo *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/ koje je postiglo veliku popularnost u vremenu od XVII do XIX stoljeća. O tome svjedoče mnogobrojni prijepisi koji se čuvaju u različitim svjetskim bibliotekama.

U gazi Husrev-begovoj biblioteci se, isto tako, nalazi nekoliko prijepisa njegovog djela:

- i) *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/, prepisivač je nepoznat i prijepis je iz 1678. godine. R-467.
- ii) *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/, prepisivač i godina prijepisa su nepoznati. R-2551.
- iii) *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/, prepisao hadži Osman ibn hadži Omer 1664. godine. R-1418.
- iv) *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/, prijepis je iz 1723. godine i prepisivač je nepoznat. R-1660/4.
- v) *Hulasa al-hisab* /Suština matematike/, štampano u Istanbulu 1851. godine. O-3494.

8. *'Umar b. Ahmad al-Ma'i al-Čilli* (XVII-XVIII stoljeće), filozof, matematičar i astronom. Napisao je komentar na djelo od al-Amilija.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je sačuvan prijepis njegovog djela:

- i) *Šarh ar-risala al-baha 'yya fi 'l-hisab* /Komentar na djelo Suština matematike/, R-551.

9. *'Abd ar-Rahim ibn Abi Bakr al-Mar'aši* (umro 1636. godine), turski matematičar. Napisao je komentar na djelo Suština matematike.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je sačuvan prijepis njegovog djela:

- i) *Šarh al baha 'yya fi 'l-hisab* /Komentar na djelo Suština matematike/. R-1463.

10. *Ramadan b. Ali Husayn al-Gazuri*. Napisao je komentar na djelo Suština matematike.

U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je sačuvan prijepis njegovog djela:

- i) *Risala fi 'l-hisab* /Komentar o matematici/. R-1478/1.

11. *Risala fi' bayan 'arqam al-hindi* /Komentar o indijskim ciframa/, autor i godina nastanka nepoznati. R-1466/1.

12. *Karađoz Abdulah*, napisao matematičko djelo o osnovnim principima matematike i računovodstva. U Gazi Husrev-begovoj biblioteci je njegov rukopis:

- i) *Risala fi 'l al-hisab* /Komentar o matematici/. R-3493.

Na osnovu pronađenih rukopisa može se ustanoviti da je bilo Bošnjaka koji su se bavili matematikom i iza sebe ostavili matematička djela. Oni su uglavnom napisali matematička djela van Bosne. Najpoznatiji su:

1) *Nasuh ibn 'Ali as-Salaki al-Matrakči* (umro 1583. godine), rođen u Bosni, matematičar i radio je u Istanbulu. Napisao je slijedeća matematička djela:

- i) *Džamal al-hussab fi kamal al-hisab* /Ljepota računanja i savršenstvo aritmetike/.
- ii) *'Umda al-hisab fi farud al-makdira bi-l-kullijjat* /Oslonac aritmetike u

predpostavci svih veličina/.

iii) *Kan'-anijja fi 'ilm al-hisab* /Posvećeno Kan'anu (knjiga) o aritmetici/.

2) *Muhammad ibn Musa al-Bosnavi* (umro 1636. godine), iz Bosne, matematičar.
Napisao je matematičko djelo pod nazivom:

i) *Risala fi džizr al-asamm* /Komentar o gluhom (iracionalnom) korijenu/.

3) *Darwiš Husam Bošnaq*, iz Bosne, je iza sebe ostavio matematičku raspravu na turskom jeziku pod nazivom:

i) *Lum'at al-fawa'id* /Odsjaj koristi/.

4) *Ahmed Hatem Bjelopoljak* (umro 1754.), čije je puno ime *Hatam šaih Ahmad Qadi-zade Aqowali*, iz Bosne, je iza sebe ostavio matematičko djelo:

i) *Šarh 'Al-Lum'a fi'l hisab'* /Komentar 'Odsjaj znanosti matematike?'.⁹

To je komentar na djelo *al-Lum'a* od *Ahmada ibn Ha'ima* (umro 1412.).

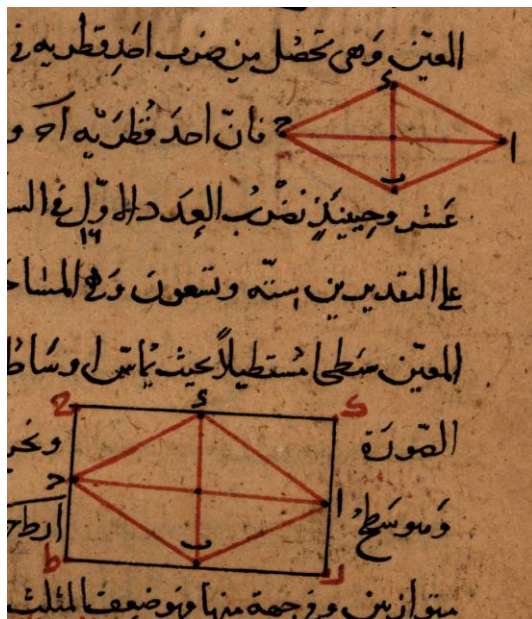
5.2. Matematički rukopis R-998 koji se čuva u gazi Husrev-begovoj biblioteci u Sarajevu

Zbirka pod registarskim brojem R-998 (na koricama je oznaka T-998 što predstavlja trezorski primjerak) se sastoji od dva rukopisa. Prvi rukopis je matematičko djelo pod nazivom *Muhtasar fi 'ilm al hisab* a drugi rukopis je djelo iz oblasti astronomije pod nazivom *Kitab fi 'ilm an-nudžum*. Oba djela je napisao **Hasan ibn Abu Talib zvani Abu Mahasin al-Baihaki al-Horasani**.

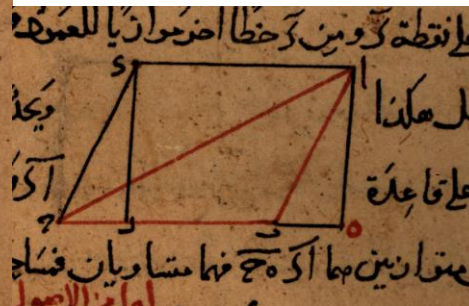
Zbirka ima 270 listova koji su dimenzija 23x16/17x11/. Pismo je nash tadwini i svaki list ima 17 redova. Papir je arapskog (istočnog) porijekla izrađen od pamuka i konoplje, deblji, žućkasto tamne boje. Mastilo je crne boje, izuzetno dobrog kvaliteta, neporozno na dodir sa vodom. Naslovi poglavlja i značajnije riječi su pisani krupnijim slovima. Brojevi, tačke i ukrasni elementi su pisani crvenim mastilom. Po marginama ima nešto komentara koji su pisani rukom istog prepisivača. Listovi su sa kustodama.

⁹ Biografije pojedinih autora se nalaze u: G. P. Matvievskaia, B. A. Rozenfeljd, *Matematiki i astronomi musulmanskoga srednevekovja i ih trudi* (VIII – XVII vv.), knjiga 2, Nauka, Moskva, 1983, str. 422, 472, 487, 562, 569, 595 i 643.

O tome vidi: S. Balić, *Kultura Bošnjaka*, drugo izdanje, Zagreb, 1994, str. 84-85. i A. Ljubović i S. Grozdanić, *Prozna književnost Bosne i Hercegovine na orijentalnim jezicima*, Orijentalni institut u Sarajevu, Sarajevo, 1995, str. 103-104.



Sl. 2. a.



Sl. 2. b.

Rukopis djela iz matematike (Sl. 2. a. predstavlja dokaz stava o računanju površine paralelograma gdje se autor poziva na neke stavove iz Euklidovih Elementa) pod nazivom *Muhtasar fi 'ilm al hisab* ima 137 listova. Naslov djela nije eksplicitno naveden dok se ime autora nalazi na prvom listu. Djelo je prepisano 2. novembra 1340. godine. U dostupnim izvorima, kako zapadnim tako i istočnim, nije evidentiran ni autor ni naziv djela.¹⁰ “Odsustvuju podaci po kojim bi se sudilo o matematičarima u 13. – 14. stoljeća Srednje Azije. Malo je poznatih radova iz tog perioda. Više o njima znamo po imenima i raspoloživo krajnje oskudno o njihovim radovima.”¹¹

Rukopis djela iz oblasti astronomije pod nazivom *Kitab fi 'ilm an-nudžum* napisao je pomenuti autor. Nedostaje početak djela. Ima 138 listova. Pisano je rukom istog prepisivača. Na kraju zbirke se nalaze četiri zaštitna lista novijeg datuma, umetnuta naknadno prilikom posljednjeg korićenja. Povez je polukožni, novijeg datuma.

Do sada su bila poznata samo ova dva rukopisa, dok autor nije registriran u nama dostupnoj literaturi. Posljednja pretraživanja preko Interneta¹² su omogućila da

¹⁰ O ovom je konsultovana sva relevantna literatura a o tome bilježe i katalogisti Gazi Husrev-begove biblioteke koji su na prednjoj strani napisali konstataciju o jedinstvenosti ovog rukopisa. Časopis *Radovi matematički*, u izdanju Akademije nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine, na naslovnim stranama vol.1 no.1, vol.3 no.1, vol.6 no.1 i vo.7 no.1 (od 1985. – 1991.) je prezentirao 18., 82., 98. i 90. stranu ovog rukopisa. Uredništvo časopisa je dalo osnovne podatke o rukopisu. Prof. dr. Fuat Sezgin, direktor Instituta za povijest arapsko-islamskih znanosti u Frankfurtu, obavijestio me je da u bio-bibliografskim izvorima nije našao ime ovog autora. Daljnja elaboracija o tome i činjenice do kojih se došlo, slijede u narednom dijelu ovog rada.

¹¹ G. P. Matvievskaja - H. Tllašev, *Matematičeskie i astronomičeskie rukopisi učenjih Srednei Azii* X – XVIII vv., Fan, Taškent, 1981, str. 3.

¹² Preko Interneta sam ostvario najuspješniju komunikaciju sa znanstvenicima iz Irana. Posebno sa Muhammadom Bagheriem koji je direktor History of Science Department in Encycloaedia Islamica Foundation u Teheranu i profesor povijesti matematike na Šarif Tehnološkom Univerzitetu u Teheranu. Njegovi saradnici su pronašli astronomski rukopis u Mešhedu i dostavili mi kopiju dijela iz kataloga

se ustanovi da postoji još jedan prijepis astronomskog djela a koji se čuva u biblioteci *Astani Kodse Razi* u Mešhedu u Iranu i vodi se pod registarskim brojem MS12138 pod nazivom *Tuhfei Rašidija*. U katalogu biblioteke, vol.10, str. 26-27., je kratak opis rukopisa.

U oba rukopisa nedostaje početak i to kod onog koji se čuva u Mešhedu samo početni dio a kod onog koji se čuva u Sarajevu nedostaje skoro čitavo prvo poglavlje uvodnog dijela. Naime od prvog poglavlja je sačuvana samo posljednja strana. Upoređivanjem završetaka oba rukopisa došlo se do zaključka da je u pitanju isto astronomsko djelo. Međutim može se primjetiti da je **prijepis iz Mešheda prepisan 1663. godine**, dakle 323 godine poslije prijepisa koji se nalazi u Sarajevu. Prema tome može se zaključiti da su se djela Hasana ibn Abu Taliba prepisivala u dosta velikom vremenskom intervalu. Rijetkost tih prijepisa je vjerojatno prouzrokovana njihovim uništavanjem. S druge strane to je dovelo do toga da se ta djela nisu analizirala pa je vjerovatno odatle činjenica da se autor ne navodi ni u jednom relevantnom izvoru.¹³

Sigurno se može tvrditi da je Hasan ibn Abu Talib živio u Baihakiu (Horasan) i da je bio šiitski musliman kao i većina iz te oblasti. U matematičkom djelu pominje velikog matematičara Abu-r-Raihana al-Birunija (973.–1048). Prema tome nije mogao živjeti prije 9. stoljeća. Prijepis matematičkog djela koje se čuva u Sarajevu je iz godine 1340. Prema tome on je mogao živjeti u vremenu od 9. pa do prve polovine 14. stoljeća.

Suštinski, djelo se sastoji iz tri matematičke oblasti i to aritmetike, geometrije i algebre.

6. Utjecaj europske matematike na arapsku matematiku

Postavlja se pitanje da li su, nakon dolaska Turaka u Bosnu, postojali kontakti između islamske i zapadnoeuropske znanosti a koji su se odvijali na ovom i hrvatskom prostoru? To pitanje nije dovoljno istraženo ali se sa sigurnošću može tvrditi, ako su postojali, da su oni bili neznatni.

Franjevci su djelovali u Bosni za vrijeme turske vladavine, u kojoj se njegovala islamska kultura, pa su vjerovatno djelimično poznavali neke orijentalne rukopise islamskih znanosti. Isto tako franjevci u Bosni su studirali u zapadnoeuropskim zemljama gdje su usvajali matematička znanja koja su prenešena u Europu iz islamskog svijeta drugim putem a koja su nastala u doba najvećeg procvata islamskih znanosti. Prema tome oni su već poznavali matematička znanja koja su se mogla naći u arapskim rukopisima u Bosni pa posredovanje franjevac na kontaktima islamske i evropske matematike je neznatno ili nikakvo.

Drugo važno pitanje je mogućnost obrnutog komuniciranja, odnosno pitanje utjecaja zapadnoeuropske znanosti na islamske matematičke i astronomske rukopise koji su nastali u vrijeme turske vladavine. Jedna činjenica koja ukazuje na takvu mogućnost je turski rukopis *Beyan-i kesr-i a'sar-i ka'ide-i logaritme – Tumačenje razlomka s nazivnikom deset po logaritamskim pravilima*, koji se nalazi u

gdje je navedeno to djelo. Isto tako su provjerili i druge kataloge različitih biblioteka i konsultovali su Ahmada Manzavija poznatog katalogistu rukopisa u Iranu. Bagheri je isto tako provjerio Loghatnamaie Dehkoda (Dehkoda rječnik) i Zari'a ila tasanif al-shi'a od Agha Bozorog Teherania. Podatke o Hasanu Abu Talibu nisu pronašli.

¹³ Moje pitanje o autoru Hasanu ibn. Abu Talibu je bilo upućeno na sve adrese u svijetu a do kojih sam moga doći. Nisam dobio nikakvu informaciju a koja bi išla u prilog tome da je autor registrovan u adekvatnoj literaturi. Možda jedini put kojim se nešto više može saznati je traganje i za ostalim prijepisima njegovih djela, ako postoje.

Orijentalnoj zbirci Hrvatske akademije znanosti i umjetnosti u Zagrebu. Prema katalogu u Orijentalnoj zbirci Hrvatske akademije znanosti i umjetnosti tekst je prepisan godine 1650. Međutim postoji više naznaka da je on prepisan u 18. stoljeću. Logaritme je otkrio John Napier oko godine 1594, a svoje otkriće objavio godine 1614. Međutim islamski znanstvenici, mada su unaprijedili matematičko znanje od 12. do 17. stoljeća, nisu došli do pojma logaritma. U tom slučaju autor ovog rukopisa o logaritmima morao je taj pojam upoznati iz radova nastalih u zapadnoj Europi.¹⁴

U osmanskoj Turskoj, u vrijeme **Selima III** (1780.-1807.), došlo je do utjecaja europske znanosti. Naime, moderna matematika je u osmansku Tursku dolazila **preko vojnih znanosti**. Međutim, djela iz ovoga perida pokazuju da se s jedne strane težilo uvođenju matematike i prirodnih znanosti radi reformiranja vojske, dok su na drugoj strani znanstvenici u medresama nastavljali da pišu i prevode djela koja pripadaju starom dobu. Na taj je način u znanstvenom svijetu došlo do podvajanja.

Husein Rifki je bez sumnje bio jedna od ključnih ličnosti koje su prihvaćale utjecaj Zapada, naročito u oblasti matematike, astronomije i fizike. Međutim, način na koji su znanja prenošena bio je na nivou novinskih informacije, dakle nisu objašnjavani principi na kojima je počivala određena znanost. **Husein Rifki** je napisao djelo **Mecmu'at-ul Muhendisin** u kojem je koristio zapadne izvore a koje sadrži matematiku, mehaniku i opis sprave za mjerenje razdaljina na moru. Posebno su značajni neki njegovi prijevodi. Sigurno, najznačajniji od njih je prijevod **Euklidovih Elemenata od Bonnycastlea sa engleskog na turski jezik**. Prijevod je objavljen 1789. godine. Husein Rifki kaže da je Bonnycastle modernizirao Euklida. Među znanstvenicima koji su doprinijeli da Osmanlije upoznaju zapadnu znanost bio je i **Ibrahim Edhem-paša** koji je živio u Egiptu. Vojnicima je držao časove iz crtanja karata, a oficirima iz aritmetike i geometrije. Značajno je njegovo djelo na turskom jeziku **Usul-u hendese**, koje predstavlja prijevod djela od **Legendrea**¹⁵ (1752-1834). U ovu knjigu je uvrstio i prijevod nekih teorema iz **Lacroixove**¹⁶ knjige o geometriji, koje je on smatrao važnim. Izbor ove knjige je bio veoma dobar, jer je Legendre postao najslavniji matematičar u Francuskoj u 19. stoljeću. Dvije godine nakon što je **Usul-u hendese** preveden na turski, na arapski ga je preveo izvjesni **Mehmed Ismed**. Djelo je štampano u Egiptu pod naslovom **Mu'cem-ul Matbuat**¹⁷. Ovi primjeri pokazuju da je u toku 18. stoljeća započeo utjecaj zapadnih znanosti na znanost osmanskih Turaka a samim tim i na arapske znanosti. Pojavom matematičkog djela **Mu'cem-ul Matbuat** na arapskom jeziku konačno se zatvara potpuni krug međusobnih utjecaja arapskih i europskih znanosti.

7. Zaključna razmatranja

Grčko rasprave iz matematike u srednjovjekovnoj Europi nisu bile otkrivene u prvom njihovom dodiru. Klasična matematika je bila uglavnom izvedena iz Euklidovih Elemenata. S obzirom na ezoteričnost, ovo antičko djelo je bilo pristupačno samo uskom krugu visoko educiranih pojedinaca. Zato je razvoj matematike u vrijeme renesanse morao biti nastavak tradicije arapskog Istoka i latinske Europe. Bosna i Hercegovina, padom pod osmansku Tursku, našla se u

¹⁴ O tome vidi: Žarko Dadić, Hrvati i egzaktne znanosti u osvit novovjekovlja, Naprijed, Zagreb, 1994, str. 281-285.

¹⁵ Adrian Marie Legendre (1752-1834) – Njegova najšire poznata knjiga je bila *Elements de geometrie* koja je publicirana 1794. godine i bila je dosta prilagođena kao zamjena za Euklida u Europi.

¹⁶ Sylvestre Francois Lacroix (1765-1843).

¹⁷ O tome vidi: A. Adnan Adivar, Nauka kod osmanskih Turaka, Islamska pedagoška akademija, Zenica, 1999, str. 223-323.

orijentalnom civilizacijskom krugu u kojem se njegovala srednjovjekovna arapska matematika. Time u Europi se dešavaju dva odvojena obrazovna sistema a samim time i različite recepcije matematike. U jednom slučaju je izučavanje srednjovjekovne arapske matematike a u drugom slučaju razvoj europske matematike kao nastavka arapske srednjovjekovne tradicije i latinske europske tradicije. Napokon naglim razvojem europske znanosti, a time i matematike, dolazi do njenog utjecaja na orijentalne znanosti a preko osmanske Turske.