BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA

UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK iz Matematike

Tuzla
15.03.2014. godine

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK iz matematike
15.03.2014. godine

VI razred

1. Broj 100 000 napisati kao proizvod (umnožak) dvaju prirodnih brojeva u čijem zapisu nema niti jedne cifre (znamenke) 0 (nula.)

2. Učenici jedne škole su skupljali novac za odlazak na fudbalsku utakmicu naše reprezentacije u Zenicu. Koliko su skupili novca, ako bi im, nakon kupovine 11 karata, ostalo 5 KM, a ako bi kupili 15 karata, trebalo bi im još 70 KM?

3. Tri ribara su ukupno ulovili 135 kg ribe. Prvi ribar je prodao 22 kg, drugi 9 kg, a treći 14 kg ribe. Nakon prodaje ribe ostale su im iste količine ribe. Koliko je svaki od ribara ulovio ribe?

4. Odrediti cifru a, tako da izraz $17 \cdot \overline{16a} + 2013 \cdot 2016$ bude djeljiv sa 12.

5. Dvije prave se sijeku. Izračunaj nastale uglove, ako se zna da je:

a) zbir dva od četiri tako dobijena ugla je 73^{o}.

b) razlika dva od četiri tako dobijena ugla je 73^{o}.

c) zbir tri od četiri tako dobijena ugla je 273^{o}.

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 120 minuta

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK iz matematike
15.03.2014. godine

VII razred

1. Izračunaj:

$$\left[\left(1,08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}\right]:\left[\left(6\frac{5}{9}-3\frac{1}{4}\right)\cdot 2\frac{2}{17}\right]$$

2. **Za tri sata vožnje, automobil je prešao put od 180 km. Prvog sata je prešao 0,375 cijelog puta, a drugog sata je prešao 0,9 puta koji je prešao prvog sata. Koliko je automobil prešao trećeg sata vožnje?**

3. Zbir 10 uzastopnih prirodnih brojeva nije djeljiv sa brojem 4. Dokažite.

4. Najveći u najmanji ugao jednakokrakogtrougla se razlikuju za 12^o. Odredi uglove tog trougla.

5. Za koje sve prirodne brojeve a, je razlomak $\frac{a+75}{a-3}$ prirodan broj?

……………………………………………………………………

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 120 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK iz matematike 15.03.2014. godine

VIII razred

1. Izračunati vrijednost izraza:

$$\sqrt{0{,}1}\cdot\sqrt{0{,}9}-\sqrt{2-0{,}56}+\frac{\sqrt{0{,}12}}{\sqrt{3}}.$$

2. Da li je broj $2014\cdot 2016-35$ složen broj? Odgovor obrazložiti.

3. Cijena neke knjige, nakon sniženja od 20% iznosi $\frac{4}{5}$ cijene koja bi se dobila povećanjem prvobitne cijene za 50 KM. Koliko iznosi prvobitna cijena knjige?

4. Dat je pravougaonik ABCD takav da je AB = 20 cm. Dužina okomice (normale) iz vrha B na dijagonalu AC je 12 cm. Odrediti obim i površinu pravougaonika.

5. Ako se broj stranica nekog mnogougla poveća za 4, onda se broj dijagonala poveća za 30. O kojem mnogouglu je riječ?

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK iz matematike
15.03.2014. godine

IX razred

1. Izračunati:

$$\left[\frac{\sqrt{340^2-160^2}+\sqrt{650^2-250^2}}{(1000^2-1000\cdot 1940+970^2)\cdot(1000^2-1000\cdot 1998+999^2)}\right]^{2014}$$

2. Ostatak pri dijeljenju cijelog broja m sa 4 je 2. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja

m^3-3msa brojem 4?

3. Ako je $x^2+y^2+14x-10y+74=0$ kolika je vrijednost x^2+y^2?

4. Unutar jednakostraničnogtrougla odabrana je tačka M, koja je od stranica trougla udaljena redom za 1 cm, 2 cm i 3 cm. Kolika je površina tog trougla?

5. U nekom razredu je 10 dječaka i 15 djevojčica. Na kraju godine, razred je imao prosječnu ocjenu ukupnog uspjeha 4,00. Ako su djevojčice same postigle prosječnu ocjenu 3,80, kolika je prosječna ocjena dječaka?

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

RJEŠENJA

VI razred

1. zadatak:

$100\,000 = 10\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = (2\cdot 5)\cdot (2\cdot 5)\cdot(2\cdot 5) \cdot(2\cdot 5) \cdot(2\cdot 5) = 32\cdot 3125.$

2. zadatak:

Na osnovu datihpodataka, moguće je postaviti sistem:

$11x+5=y$

$15x-70=y$

Gdje je x – cijena aranžmana za jednog učesnika, a y – iznos skupljenog novca. Upoređujući desne strane jednačina sistema i rješavajući linearnu jenačinudobijamo x=18,75 KM I y=211,25 KM

3. zadatak:

Nakon prodaje ribe, ukupno je ostalo: 135 – 22 – 9 – 14 = 90 kg ribe. Od toga je svakom ostalo po trećina od 90, tj. po 30 kg.

Dakle, prvi je ulovio 52 kg, drugi 39 kg i treći 44 kg ribe.

4. zadatak:

Kako je $12=3\cdot 4$, broj je djeljiv sa 12, aklo je djeljiv sa 3 i sa 4. S obzirom da j1 2013 djeljiv sa 3 (2+0+1+3=6), onda je $2013\cdot 2016$ djeljiv sa 3. Budući da je 2016 djeljiv sa 4 (16 je djljeiv sa 4), onda je $2013\cdot 2016$ djeljiv sa 4, pa i sa 12 ($3\cdot 4$).

To znači da i broj $17 \cdot \overline{16a}$ mora biti djeljiv sa 12. Kako jue 17 prost broj, on je djeljiv samo sa sobom i jedinicom, tako da broj $\overline{16a}$ mora biti djeljiv sa 12.

Broj $\overline{16a}$ je djeljiv sa 4, ako je $a\in \{0, 4, 8\}$.

Za a=0 imamo da je 1+6+0=7, što nije djeljivo sa 3.

Za a=4 imamo da je 1+6+4=11, što nije djeljivo sa 3.

Za a=8 imamo da je 1+6+8=15, što je djeljivo sa 3. Dakle tražena cifra je broj 8.

5. zadatak:

a) $\alpha = 36^o\ 30'$, $\beta = 143^o\ 30'$ b) $\alpha = 53^o\ 30'$, $\beta = 126^o\ 30'$ c) $\alpha = 87^o$, $\beta = 93^o$

VII razred

1. Zadatak:

$\left[\left(\mathbf{1,08}-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{25}}\right):\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}}\right]:\left[\left(\mathbf{6}\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}}-\mathbf{3}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)\cdot\mathbf{2}\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{17}}\right]$**= ...... =** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

2. zadatak:

1.sat + 2.sat + 3.sat = 180 km

0,375·180 + 0,375·180 ·0,9 + 3.sat = 180 km

3.sat = 180 – 67,5 -60,75 = 51,75 KM.

Dakle, automobil će u trećem satu vožnje preći put od 51,75 km.

3. zadatak:

n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) + (n+5) + (n+6) + (n+7) + (n+8) + (n+9) = 10n+45 =

=5·(2n + 9).

Broj 2n+9 je neparan broj, jer je zbir parnog i neparnog broja, a broj 5 nije djeljiv sa brojem 4, a zbog toga ni broj 5·(2n + 9) nije djeljiv sa 4.

4. zadatak:

Ako je najveći ugao pri vrhu jednakokrakogtrougla, onda su uglovi na osnovici po (180-12):3 = 56^o, Ako su uglovi na osnovici veći od ugla pri vrhu onda taj ugao ima (180 - 24): 3=52^o, a uglovi na osnovici po (180 - 52) : 2=64^o.

5. zadatak:

$$\frac{a+75}{a-3}=\frac{a-3+3+75}{a-3}=\frac{a-3}{a-3}+\frac{78}{a-3}=1+\frac{78}{a-3}.$$

Kako je 78 = 1·2·3·13, odnosno, očigledno slijedi da je 78 djeljivo sa 1, 2, 3, 6, 13, i 78.

Zato postoje slijedeće mogućnosti:

1. a-3=1 , odnosno, a=4
2. a-3=2 , odnosno , a=5
3. a-3=6 , odnosno, a=9
4. a-3=13 , odnosno, a=16
5. a-3=78 , odnosno , a=81.Dakle, traženi brojevi su 4, 5, 9, 16 i 81.

VIII razred

1. $\sqrt{0,1}\cdot\sqrt{0,9}-\sqrt{2-0,56}+\frac{\sqrt{0,12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{0,1\cdot 0,9}-\sqrt{1,44}+\frac{\sqrt{\frac{12}{100}}}{\sqrt{3}}=$

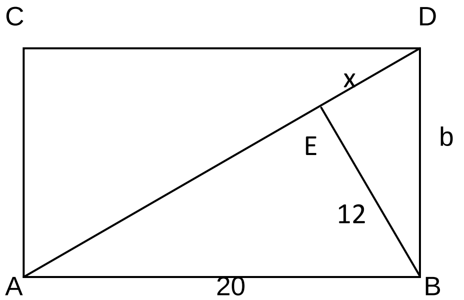
$=\sqrt{0,09}-\sqrt{1,44}+\frac{\frac{\sqrt{12}}{10}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{9}{100}}-\sqrt{\frac{144}{100}}+\frac{\sqrt{4\cdot 3}}{10}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3}{10}-\frac{12}{10}+\frac{2\sqrt{3}}{10}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{9}{10}\cancel{+}\frac{2}{10}=\cancel{-}\frac{7}{10}.$

2. 2014·2016 - 35 = (2015 - 1)·(2015 + 1) – 35 = $2015^2 - 1^2$ – 35 =
= 2015^2 – 1 – 35 = 2015^2 – 36 = $2015^2 - 6^2$ = (2015-6)·(2015+6) =
= 2009·2021. Dakle, dati broj je složen.

3. Neka je x prvobitna cijena knjige. Tada imamo jednadžbu:
$x+\frac{20}{100}x=\frac{4}{5}(x+50)\Leftrightarrow x+\frac{1}{5}x=\frac{4}{5}x+40\Leftrightarrow\frac{2}{5}x=40\Leftrightarrow$ x = 100.

Dakle, prvobitna cijena k njige je 100 KM.

4.



Prema uvjetima zaradza je:
AB=20 cm, BE = 12 cm

Primjenom Pitagorine teoreme:

Δ ABE: AE2 = AB2 – BE2 = 400 – 144 = 256 ⇒ AE = 16 cm

Δ BEC: b2 = x2 + 122 = x2 + 144 (x = EC, BC = b)

Δ ABC: b2 = AC2 – AB^2 = $(16+x)^2$ – 400.

Dakle, (b^2=) x^2 + 144 = $(16+x)^2$ – 400 ⇔ x^2 + 144 = 256 + 32x + x^2 – 400 ⇔
⇔ 32x = 288 ⇔ x = 9, pa je $b^2 = 25^2$-400 = 625 – 400 = 225 ⇒ b = 15.
Konačno, O = 2(AB + BC) =2·(20 + 15) = 2·35 = 70 cm
P= AB·BC = 20·15 = 300 cm^2.

5. Broj dijagonala u mnogouglu sa n stranica je $d_n=\frac{n(n-3)}{2}$. U mnogouglu koji ima 4 stranice više, tj njih n+4, broj dijagonalaje $d_{n+4}=\frac{(n+4(n+1)}{2}$. Prema uvjetu zadatka imamo:d_{n+4} = d_n + 30 ⇔$\frac{(n+4(n+1)}{2}=\frac{n(n-3)}{2}$+30 ⇔ n^2+5n+4 = n^2 -3n+60 ⇔
⇔8n=56⇔n=7. Dakle, riječ je o sedmouglu.

IX razred:

1.

$$\left[\frac{\sqrt{340^2-160^2}+\sqrt{650^2-250^2}}{(1000^2-1000\cdot 1940+970^2)\cdot(1000^2-1000\cdot 1998+999^2)}\right]^{2014}=\left[\frac{\sqrt{500\cdot 180}\ +\sqrt{400\cdot 900}}{(1000^2-2\cdot 1000\cdot 1940\cdot 970)\cdot(1000^2-2\cdot 1000\cdot 999+999^2)}\right]^{2014}$$
$=$

$$=\left[\frac{\sqrt{500\cdot 180}\ +\sqrt{400\cdot 900}}{(100-970)^2(1000-999)^2}\right]^{2014}==\left[\frac{\sqrt{2\cdot 250\cdot 10\cdot 18}\ +\sqrt{400\cdot 900}}{(30^2)\cdot(1^2)}\right]^{2014}=\left[\frac{\sqrt{2500\cdot 36}\ +\sqrt{400\cdot 900}}{900}\right]^{2014}=\left[\frac{50\cdot 6+30\cdot 20}{900}\right]^{2014}=\left[\frac{300+600}{900}\right]^{2014}=\left[\frac{900}{900}\right]^{2014}=1^{2014}=1$$

2. I način: Prema uvjetu zadatka cio broj m-2 je djeljiv sa 4, pa ga možemo zapisati kao: m-2= 4k (k$\in Z$), odakle je m = 4k+2. Tako imamo: $m^3 – 3m = (4k+2)^3 – 3(4k+2) = 64k^3+96k^2+48k+8-12k-6 = 64k^3+96k^2+36k+2 = 4\cdot(16k^3+24k^2+9k) + 2$, tj. ostatka pri dijeljenju $m^3 – 3m$ sa 4 je 2.

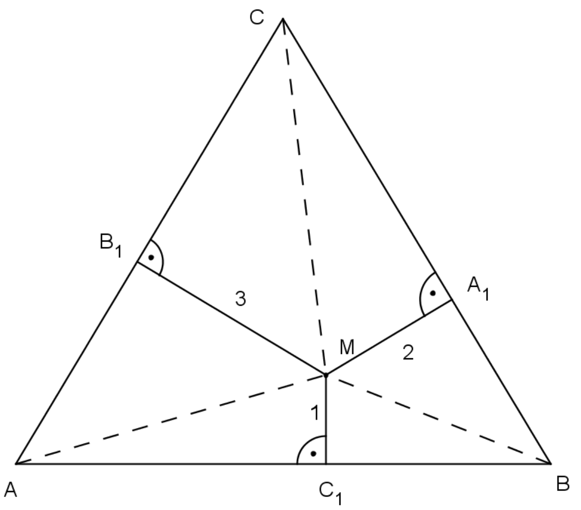
II način: Po prepostavci je m$\equiv 2$ (mod 4), pa vrijedi $m^3 \equiv 2^3 \equiv 8 \equiv 0 \pmod 4$,$\Rightarrow$

$3m \equiv 3\cdot 2 \equiv 6 \equiv 2 \pmod 4$, $m^3 – 3m \equiv 0-2 \equiv 2 \pmod 4$.

3. Data jednakost se može napisati u obliku $x^2+y^2+14x-10y+74=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+14x+49+y^2-10y+25=0 \Rightarrow (x+7)^2+(y-5)^2 = 0 \Rightarrow x + 7 = 0$ i $x - 5= 0$, jer je $(x+7)^2 \geq 0\ i (y-5)^2 \geq 0$, Dakle, x=-7 i y=5, pa je $\boldsymbol{x^2+y^2}$ =**$(-7)^2+5^2$ = 49+25=74.**

4.



Neka su A_1, B_1 i C_1 podnožja normala spuštenih iz tačke M na stranice BC, AC i AB, redom. Vrijedi: MC_1=1, MA_1=2 i MB_1=3., pri čemu su MC_1, MA_1 i MB_1 visine trouglaΔABM, ΔBCM i ΔCAM, redom. Neka je dužina stranice jednakostraničkog ΔABC jednaka a. Tada je $P_{\Delta ABC} = P_{\Delta ABM} + P_{\Delta BCM} + P_{\Delta CAM} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a\cdot 1}{2}+\frac{a\cdot 2}{2}+\frac{a\cdot 3}{2} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{6a}{2} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{12a}{4} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a^2\sqrt{3}=12a \Leftrightarrow a=\frac{12}{\sqrt{3}}$, pa je:

$P_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\frac{144\sqrt{3}}{3}}{4}=\frac{48\sqrt{3}}{4}=12\sqrt{3}cm^2$.

5.Neka je zbir ocjena uspjeha na kraju godine djevojčica D, a dječaka Δ. Tada je:

$\frac{D+\Delta}{25}$=4,00 , tj. D +Δ = 100 (*)

Prosječna ocjena samo djevojčica je: $\frac{D}{15}$=3,80 , tj D = 15$\cdot$3,80 = 57.

Iz (*) slijedi: Δ = 100 -57 = 43. Prosječna ocjena dječaka je :$\frac{D}{10}=\frac{43}{10}=4{,}30$.