BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA/NAOBRAZBE, NAUKE/ZNANOSTI, KULTURE I SPORTA/ŠPORTA
PEDAGOŠKI ZAVOD

BOSNIA AND HERZEGOVINA
FEDERATION OF BOSNIA AND HERZEGOVINA
TUZLA KANTON
MINISTRY OF EDUCATION, SCIENCE, COLTURE AND SPORTS
PEDAGOGICAL INSTITUTE TUZLA

Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 13.03.2010. godine

V razred osmogodišnje i VI razred devetogodišnje

1. Na dvije police ima ukupno *90* knjiga. Kada bi se šest knjiga premjestilo s prve na drugu policu, tada bi na prvoj polici bilo dvostruko više knjiga nego na drugoj polici. Koliko knjiga ima na svakoj polici?

2. Koliki je ugao α ako je zbir njegovog komplementnog i suplementnog ugla 4α?

3. Odredi sve prirodne brojeve n takve da važi nejednakost $\frac{3}{8} < \frac{n}{12} < \frac{11}{18}$.

4. Odredi sve četvorocifrene brojeve oblika $\overline{abba}$ djeljive sa 45.

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

Rješenja zadataka za peti(8) i šesti(9) razred:

Ponuđeni metod rješavanja kao i broj bodova za određene faze rješavanja zadataka su samo orjentacioni. Komisije trebaju uraditi svoj kriterij bodovanja i voditi računa da se zadaci mogu rješavati i na druge načine.

1. Ukupan broj knjiga nakon premještanja jednak je broju knjiga prije premještanja. Budući da bi nakon premještanja na prvoj polici bilo *2* puta više knjiga nego na drugoj, a ukupno ih ima *90*, to znači da bi na drugoj bilo $90:3=30$, a na prvoj $2\cdot 30=60$ knjiga. (15 bod.)
Dakle na prvoj polici ima *6* knjiga više nego što ih je bilo nakon premještanja, tj. na prvoj polici ima *66* knjiga. (5 bod.)
Na drugoj polici ima $30\text{-}6=24$ knjige. (5 bod.)

2. $(90^o-\alpha)+(180^o-\alpha)=4\alpha,$ (15 bod.)
$6\alpha=270^0,$ (5 bod.)
$\alpha=45^o.$ (5 bod.)

3. $\frac{3}{8}<\frac{n}{12}<\frac{11}{18}$
$\frac{27}{72}<\frac{6n}{72}<\frac{44}{72}$ (10 bod.)
$n\in\{5,6,7\}$ (15 bod.)

4. Ako je broj $\overline{abba}$ je djeljiv sa *45* onda je djeljiv sa *5* i *9*. (5 bod.)
Iz djeljivosti sa *5* slijedi da je *a* jednako *0* ili *5*. Ali $a=0$ ne može biti jer tada $\overline{abba}$ nije četvorocifren. Dakle $a=5$. (5 bod.)
Iz djeljivosti sa *9* slijedi da je zbir cifara broja $\overline{abba}$ djeljiv sa *9*, tj. $10+2b$ je djeljivo sa *9*. Dakle $10+2b$ može biti jednako *18* ili *27*. (5 bod.)
Ako je $10+2b=27$ tada je $2b=27$ a to je nemoguće jer je *b* cijelo. (5 bod.)
Ako je $10+2b=18$ tada je $b=4$. Traženi broj je *5445*. (5 bod.)

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA/NAOBRAZBE,
NAUKE/ZNANOSTI, KULTURE I SPORTA/ŠPORTA
PEDAGOŠKI ZAVOD

BOSNIA AND HERZEGOVINA
FEDERATION OF BOSNIA AND HERZEGOVINA
TUZLA KANTON
MINISTRY OF EDUCATION, SCIENCE, COLTURE
AND SPORTS
PEDAGOGICAL INSTITUTE TUZLA

Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 13.03.2010. godine

VI razred

1. Simetrale dva unutrašnja ugla trougla sijeku se pod uglom od 135^o. Dokazati da je trougao pravougli.

2. Učenik je pročitao polovinu knjige i *20* stranica. Ostalo mu je da pročita još trećinu knjige. Koliko stranica ima knjiga?

3. U jednakokrakom trouglu *ABC (AB=AC)* simetrale uglova na osnovici sijeku se pod uglom od *110°*. Izračunati ugao između simetrale ugla i visine iz vrha *B*.

4. Na školskom takmičenju iz matematike sudjelovalo je $\frac{1}{3}$ učenika jednog razreda. Od prisutnih takmičara tog razreda na općinsko takmičenje se plasirala $\frac{1}{9}$ učenika cijelog razreda a *6* se učenika nije plasiralo. Koliko učenika ima u tom razredu? Koliko je učenika tog razreda sudjelovalo na školskom, a koliko na općinskom takmičenju?

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

Rješenja zadataka za šesti razred:

Ponuđeni metod rješavanja kao i broj bodova za određene faze rješavanja zadataka su samo orjentacioni. Komisije trebaju uraditi svoj kriterij bodovanja i voditi računa da se zadaci mogu rješavati i na druge načine.

1. Crtež (5 bod.)

   Kako je: $\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}+135^o=180^o$ (5 bod.) $\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}=45^o$ (5 bod.)

   $\alpha+\beta=90^o$ (5 bod.) to je $\gamma=90^o$. (5 bod.)

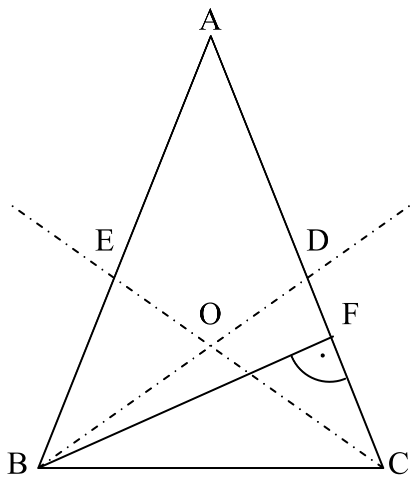
2. Neka knjiga ima x stranica. Prema uslovu zadataka, polovina stranica i još 20 stranica čine dvije trećine ukupnog broja stranica knjige (5 bod.)

   tj. $\frac{x}{2}+20=\frac{2}{3}x$ (10 bod.)

   $x=120.$ (10 bod.)

Dakle knjiga ima 120 stranica.

3.



BD i CE su simetrale $\angle ABC$ i $\angle ACB$, $\angle BOC=110°$, BF je visina iz vrha B (5 bod.)

ΔABC je jednakokraki pa je $\angle ABC=\angle ACB=ß$, $\angle CBD=\angle BCE=\frac{1}{2}ß$ (5 bod.)

Iz ΔBCO je $\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{2}\beta+110°=180°$, $ß=70°$ i $\frac{1}{2}\beta=35°$ (5 bod.)

Iz pravouglog ΔBCF je $\angle CBF=90°-70°=20°$ (5 bod.)

$\angle DBF=\angle CBD-\angle CBF=35°-20°=15°.$ (5 bod.)

4. Razliku $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{9}$ razreda čini 6 učenika. (5 bod.)

   Budući da je $\frac{1}{3}-\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$ to znači da je 6 učenika $\frac{2}{9}$ razreda. (5 bod.)

   $\frac{1}{9}$ razreda je je jednaka 3, tj. cijeli razred ima $3\cdot 9=27$ učenika (5 bod.)

   Na školskom takmičenju je učestvovalo $\frac{1}{3}$ od 27 učenika tj. 9 učenika, (5 bod.)

   a na općinskom 3 učenika. (5 bod.)

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA/NAOBRAZBE,
NAUKE/ZNANOSTI, KULTURE I SPORTA/ŠPORTA
PEDAGOŠKI ZAVOD

BOSNIA AND HERZEGOVINA
FEDERATION OF BOSNIA AND HERZEGOVINA
TUZLA KANTON
MINISTRY OF EDUCATION, SCIENCE, COLTURE
AND SPORTS
PEDAGOGICAL INSTITUTE TUZLA

Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 13.03.2010. godine

VII razred

1. Neka su a i b dužine osnovica AB i CD, a c dužina kraka jednakokrakog trapeza $ABCD$ sa uzajamno normalnim dijagonalama. Dokazati da je $c=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.

2. Izračunaj površinu pravouglog trougla čiji je ugao $\alpha=22^o30'$ a hipotenuza $c=2cm$.

3. Izračunati vrijednost izraza $\dfrac{a^2+b^2}{ab}$ ako znamo da je $\dfrac{a+b}{b}=2-\sqrt{2}$.

4. Ako se brojnik nekog razlomka poveća za 5%, a nazivnik poveća za 20%, hoće li se vrijednost razlomka povećati ili smanjiti i za koliko posto?

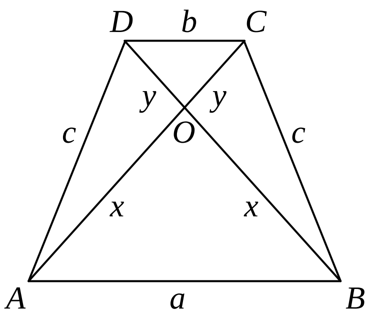
****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

Rješenja zadataka za sedmi razred:

Ponuđeni metod rješavanja kao i broj bodova za određene faze rješavanja zadataka su samo orjentacioni. Komisije trebaju uraditi svoj kriterij bodovanja i voditi računa da se zadaci mogu rješavati i na druge načine.

1.



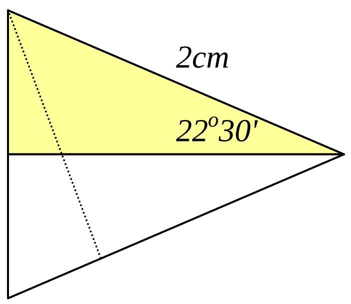
slika (5 bod.)

Kako su ΔABO, ΔCDO i ΔBCO pravougli to je primjenom Pitagorine teoreme

$a^2=2x^2$, $b^2=2y^2$ i $c^2=x^2+y^2$ (svaka jednakost 5 bod.)

Odatle je $2c^2=a^2+b^2$ pa je $c=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$. (5 bod.)

2.



Dati tougao "duplirajmo" simetrijom u odnosu na katetu koja obrazuje ugao $22^o30'$. Dobivamo jednakokraki trougao sa kracima 2cm i uglom između njih 45^o. (5 bod.)

Visina koja odgovara kraku je $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ cm (10 bod.)

pa je površina dupliranog trougla $\sqrt{2}$ cm^2 (5 bod.)

a površina traženog trougla $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm^2. (5 bod.)

3. Iz $\dfrac{a+b}{b}=2-\sqrt{2}$ slijedi da je $\dfrac{a}{b}+1=2-\sqrt{2}$ tj. $\dfrac{a}{b}=1-\sqrt{2}$. (10 bod.)

Odatle je $\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}\cdot\dfrac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}=-\left(1+\sqrt{2}\right)$. (5 bod.)

Kako je $\dfrac{a^2+b^2}{ab}=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$, (5 bod.)

to je $\left(1-\sqrt{2}\right)+\left(-1-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$. (5 bod.)

4. Nakon povećanja brojnika i nazivnika razlomak $\dfrac{a}{b}$

postaje $\dfrac{1,05a}{1,20b}=\dfrac{105a}{120b}=\dfrac{7}{8}\cdot\dfrac{a}{b}$. (15 bod.)

Razlomak se umanjio za $\dfrac{1}{8}$ ili za $12,50\%$. (10 bod.)

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA/NAOBRAZBE,
NAUKE/ZNANOSTI, KULTURE I SPORTA/ŠPORTA
PEDAGOŠKI ZAVOD

BOSNIA AND HERZEGOVINA
FEDERATION OF BOSNIA AND HERZEGOVINA
TUZLA KANTON
MINISTRY OF EDUCATION, SCIENCE, COLTURE
AND SPORTS
PEDAGOGICAL INSTITUTE TUZLA

Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 13.03.2010. godine

VIII razred

1. Dužine kateta pravouglog trougla ΔABC su a i b, Simetrala pravog ugla kod tjemena C siječe hipotenuzu u tački D. Izračunati dužinu duži CD.

2. Ako su x i a realni brojevi takvi da je $x+\frac{1}{x}=a$ izraziti $x^2+\frac{1}{x^2}$ i $x^4+\frac{1}{x^4}$ u funkciji od a.

3. Zadana je prava jednadžbom $8x+6y-12=0$. Kolika je udaljenost koordinatnog početka od te prave?

4. Odrediti zapreminu kvadra kod koga su rastojanja od tačke presjeka dijagonala do ivica jednaka $7cm$, $8cm$ i $9cm$.

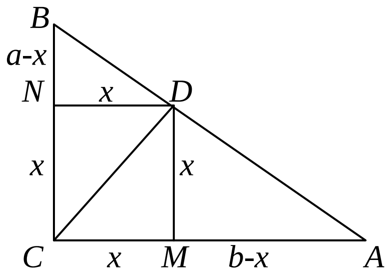
****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

Rješenja zadataka za osmi razred:

Ponuđeni metod rješavanja kao i broj bodova za određene faze rješavanja zadataka su samo orjentacioni. Komisije trebaju uraditi svoj kriterij bodovanja i voditi računa da se zadaci mogu rješavati i na druge načine.

1.



slika (5 bod.)

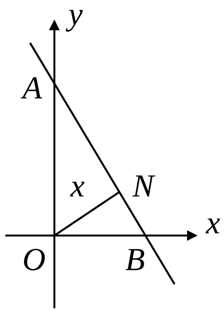
Četvorougao *MDNC* je kvadrat (5 bod.)
Kako je površina trougla ΔABC jednaka zbiru površina trouglova ΔCDB i ΔCDA to je
$\frac{ab}{2}=\frac{ax}{2}+\frac{bx}{2}$ odnosno $x=\frac{ab}{a+b}$. (10 bod.)
Kako je CD dijagonala kvadra to je tražena dužina $x\sqrt{2}=\frac{ab}{a+b}\sqrt{2}$. (5 bod.)

2. Kako je $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=a^2$ slijedi da je $x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$ (10 bod.)

$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(a^2-2\right)^2$ pa je $x^4+\frac{1}{x^4}=\left(a^2-2\right)^2-2$ (10 bod.)

$x^4+\frac{1}{x^4}=a^4-4a^2+2$ (5 bod.)

3.



slika (5 bod.)

Prava siječe koordinatne ose u
$A(0,2)$ i $B\left(\frac{3}{2},0\right)$. (5 bod.)
Tražena udaljenost je visina iz vrha *O* pravouglog trougla ΔABO. (5 bod.)
Primjenom Pitagorine teoreme je $AB=2,5$. (5 bod.)
Izjednačavanjem površina:
$\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}x,\ x=\frac{6}{5}$ (5 bod.)

4. slika (5 bod.)
Ako su a, b i c ivice kvadra tada je $a^2+b^2=14^2$, $b^2+c^2=16^2$, $a^2+c^2=18^2$. (5 bod.)
Iz prve dvije jednakosti dobijamo da je $a^2+c^2+2b^2=14^2+16^2=452$. Koristeći treću jednakost nalazimo $b^2=64$, odnosno $b=8$. (5 bod.)
$a^2=132,\ a=2\sqrt{33}$ i $c^2=192,\ c=8\sqrt{3}$ (5 bod.)
$V=abc=384\sqrt{11}$ (5 bod.)