

51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH

**15. FEDERALNO PRVENSTVO IZ
MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA**

Ilijaš, 14. maj 2011. godine

www.umtk.info



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
/ BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY
Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina
Tel./Fax: (+387)(33) 649-342, (+387)(33) 279-935
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

**51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
15. FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Ilijaš, 14. maj 2011. godine**

Z A D A C I

VII razred-devetogodišnje OŠ

1. Neka cijeli brojevi x , y i z pri djeljenju sa brojem 7 daju ostatke 4, 5 i 6, redom. Dokazati da je broj $a=4x+5y+6z$ djeljiv sa 7.

2. Ako se razlomak

$$\frac{\overline{2aa4b}}{\overline{bab}}$$

može kratiti sa 9, onda se on može kratiti sa 18 ili 36 ili 45. Dokazati!

3. Na visini CD jednakostraničnog trougla ABC ($D \in AB$) dužine stranice a uzeta je tačka E tako da je $\angle EAD = 15^\circ$. Dokazati da je $\overline{DE} + \overline{CD} = a$.

4. Neka je $S = \{1, 2, 3, \dots, 2010, 2011\}$. Odrediti broj elemenata skupa S koji nisu djeljivi ni sa 4 ni sa 10.

- Svaki zadatak je vrednovan sa 7 poena.

Rjeenja zadataka za VII razred devetogodinje osnovne kole

Zadatak 1. Neka cijeli brojevi x, y i z pri djeljenu sa brojem 7 daju ostatke 4, 5, i 6, redom. Dokazati da je broj

$$w = 4x + 5y + 6z$$

djeljiv sa 7.

Rješenje Imamo

$$x = 7k_1 + 4, y = 7k_2 + 5, z = 7k_3 + 6,$$

a odavde

$$\begin{aligned} w &= 4x + 5y + 6z = 4(7k_1 + 4) + 5(7k_2 + 5) + 6(7k_3 + 6) \\ &= 7(4k_1 + 5k_2 + 6k_3) + (16 + 25 + 36) \\ &= 7(4k_1 + 5k_2 + 6k_3) + 77 \\ &= 7(4k_1 + 5k_2 + 6k_3 + 11). \end{aligned}$$

Dakle, $7|w$.

Zadatak 2. Ako se razlomak

$$\frac{2aaa4b}{bab}$$

može kratiti sa 9, onda se on može kratiti sa 18 ili 36 ili 45. Dokazati!

Rješenje eka se dati razlomak može kratiti sa 9. Tada su zbrojevi cifara brojeva u nazivniku i brojniku djeljivi sa 9. Dakle, devet dijeli $2a + b + 6$ i $a + 2b$. Zbog toga postoji prirodni brojevi x i y takvi da je $2a + b + 6 = 9x$ i $a + 2b = 9y$. Kako je $2a + b + 6 \leq 33$ i $a + 2b \leq 27$, to su i x i y manji ili jednaki od tri.

Neka je $x = 1$. Tada je $b = 3 - 2a$, pa kako je $b > 0$, to je $a = 1$ i $b = 1$. No, tada je $a + 2b = 3$. Kako 3 nije djeljivo sa 9, to ovaj slučaj otpada.

Neka je $x = 2$. Tada je $b = 12 - 2a$. Tada je $9y = a + 2b = a + 24 - 4a = 24 - 3a$, tj. $3y = 8 - a$. Broj $8 - a$ je djeljiv sa 3 samo ako je $a = 2$ ili $a = 5$.

Za $a = 2$ je $y = 2$, pa je $b = 8$. Dati razlomak postaje

$$\frac{22248}{828}.$$

Odmah se vidi da se ovaj razlomak može kratiti sa 36. Nakon skraćivanja razlomak ima oblik $\frac{618}{23}$.

Za $a = 5$ je $b = 2$, pa dati razlomak ima oblika

$$\frac{25542}{252}.$$

Odmah se vidi da se on može kratiti sa 18 i nakon skraćivanja ima oblik $\frac{1419}{14}$.

Neka je $x = 3$. Tada je $b = 21 - 2a$. Tada je $9y = a + 2b = 42 - 3a$, tj. $3y = 14 - a$, odnosno, $a = 14 - 3y$. Za $y = 1$ je $a = 11 > 9$, pa ovaj slučaj otpada. Za $y = 2$, je $a = 8$ i $b = 5$. Dati razlomak ima oblik $\frac{28845}{585}$. Ovaj razlomak se može kratiti sa 45 i nakon skraćivanja postaje $\frac{861}{13}$. Za $y = 3$ je $a = 5$ i $b = 11$. Kako 11 nije cifra to ovaj slučaj otpada.

Zadatak 3 Na visini CD jednakostraničnog trougla $\triangle ABC$ ($D \in AB$) dužine stranice a uzeta je tačka E tako da je $\angle EAD = 15^\circ$. Dokazati da je $\overline{DE} + \overline{CD} = a$.

Rješenje Trougao $\triangle ADE$ je pravougli zbog čega je $\angle AED = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$. Ako je tačka F simetrična tački E u odnosu na AB (kao osu simetrije), tada su zbog

$$\overline{AD} = \overline{AD}, \angle ADE = \angle ADF = 90^\circ, \angle EAD = \angle FAD = 15^\circ,$$

su trouglovi $\triangle ADE$ i $\triangle ADF$ podudarni, pa je $\overline{DF} = \overline{DE}$. Kako je

$$\angle FAC = \angle FAD + \angle DAC = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ,$$

a također $\angle CFA = \angle AED = 75^\circ$, to je trougao $\triangle AFC$ jednakokraki. Zato je $\overline{CF} = \overline{CA} = a$, tj. $\overline{CD} + \overline{DF} = a$, odnosno $\overline{CD} + \overline{DE} = a$, što je i trebalo dokazati.

Zadatak 4 1. Neka je $S = \{1, 2, \dots, 2010, 2011\}$. Odrediti broj elemenata skupa S koji nisu djeljivi ni sa 4 ni sa 10.

Rješenje Neka je A skup svih elemenata skupa S koji su djeljivi sa 4, a B skup svih elemenata skupa S koji su djeljivi sa 10. Tada je $A \cap B$ skup svih elemenata skupa S koji su djeljivi i sa 4 i sa 10. To znači da je $A \cap B$ skup svih elemenata skupa S koji su djeljivi sa 20. Skup A ima 502 elementa, jer je $2011 = 4 \cdot 502 + 3$, skup B ima 201 element, jer je $2011 = 10 \cdot 201 + 1$ i skup $A \cap B$ ima 100 elemenata, jer je $2011 = 20 \cdot 100 + 11$. Skup $A \cup B$ predstavlja skup svih elemenata skupa S koji su djeljivi sa 4 ili sa 10. Skup $A \cup B$ ima 603 elementa. $502 + 201 - 100 = 603$, jer su brojevi koji su djeljivi sa 20 dva puta uračunati, pa je potrebno jednom ih izbaciti. Ako neki broj skupa S nije djeljiv ni sa 4 ni sa deset, onda on ne pripada niti skupu A niti skupu B , pa ne pripada ni $A \cup B$. Zbog toga broj elemenata skupa S koji nisu djeljivi ni sa 4 ni sa 10 je $2011 - 603 = 1408$.



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
/ BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY
Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina
Tel./Fax: (+387)(33) 649-342, (+387)(33) 279-935

UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

**51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BIH
15. FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Ilijaš, 14. maj 2011. godine**

Z A D A C I

VII razred-osmogodišnje OŠ

- 1.** Za prirodne brojeve a, b, c i d važi jednakost $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$.
Dokazati da je broj $w = a + b + c + d$ složen.
- 2.** Naći pozitivan razlomak koji se povećava pet puta kada mu brojnik kubiramo a nazivnik povećamo za 12.
- 3.** U trouglu ABC kroz vrh A povučena je prava p koja polovi težišnicu BD tog trougla. Neka ova prava siječe stranicu BC u tački E. Izračunati odnos u kojem tačka E dijeli stranicu BC tog trougla, tj. izračunati $\overline{BE} : \overline{EC}$.
- 4.** Neka su a i b pozitivni brojevi za koje važi jednakost $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.
Dokazati da tada vrijedi nejednakost

$$(1+a)(1+b) \geq 9.$$

- Svaki zadatak je vrednovan sa 7 poena.

Rjeenja zadataka za VII razred osmogodinje osnovne kole

Zadatak 1. Za prirodne brojeve a, b, c, d važi jednakost $a^2 = b^2 = c^2 + d^2$. Dokazati da je broj $a + b + c + d$ složen.

Rješenje Imamo

$$\begin{aligned}(a + b + c + d)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd \\ &= a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd) \\ &= 2(a^2 + b^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd).\end{aligned}$$

Kako je

$$a^2 + b^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 8,$$

to je

$$(a + b + c + d)^2 \geq 16.$$

Osim toga, ovaj broj je paran, pa je njekov korijen paran broj veći ili jednak od 4, pa je složen.

Zadatak 2. Naći pozitivan razlomak koji se povećava 5 puta kada mu brojnik kubiramo a nazivnik povećamo za 12.

Rješenje Neka je $\frac{a}{b}$ traženi razlomak. Ako mu brojnik kubiramo, a nazivnik povećamo za 12 on posataje $\frac{a^3}{b+12}$. Prema uslovu zadatka, tada vrijedi

$$5 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b+12}.$$

Nakon skraćivanja sa a i sređivanja dobije se

$$b(a^2 - 5) = 60.$$

Dakle, b i $a^2 - 5$ su faktori broja 60, pa je $b, a^2 - 5 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 39, 60\}$. Direktnom provjerom nalazimo da je $a = 5$ i $b = 3$. Tako je $\frac{5}{3}$ traženi razlomak.

Zadatak 3. U Trouglu $\triangle ABC$ kroz vrh A povučena je prava p koja polovi težnicu BD tog trougla. Neka ova prava p siječe stranicu BC u tački E . Izračunati odnos u kojem tačka E dijeli stranicu BC datog trougla, tj. izračunati $\overline{BE} : \overline{EC}$.

Rješenje Neka je F tačka presjeka prave p i težišnice BD . Kroz tačku D povucimo pravu q paralelno sa pravom p . Neka prava q siječe BC u tački G . Na osnovu Talesove teoreme vrijedi

$$|CD| : |DA| = |CG| : |GE|.$$

Kako je $|CD| = |AD|$, to je $|CG| = |GE|$. Na osnovu Talesove teoreme vrijedi

$$|BF| : |FD| = |BE| : |EG|.$$

Kako je $|BF| = |FD|$, to je $|BE| = |EG|$. Dakle,

$$|BE| : |EC| = |BE| : (|EG| + |GC|) = 1 : 2.$$

Zadatak 4. Neka su a i b pozitivni brojevi za koje važi jednakost

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1.$$

Dokazati da tada vrijedi nejednakost

$$(1 + a)(1 + b) \geq 9.$$

Prvo rješenje Zbog

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

očigledno mora biti $a \neq 1$ i $b \neq 1$. Nejednakost koju trebamo dokazati je ekvivalentna nejednakosti

$$a + b + ab \geq 8. \quad (0.0.1)$$

Jednakost

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

je ekvivalentna sa $a + b = ab$, pa nejednakost (0.0.1) postaje

$$a + b \geq 4. \quad (0.0.2)$$

Da bi dokazali nejednakost (0.0.2) koristićemo nejednakost između aritmetičke i harmonijske sredine dva pozitivna broja:

$$\frac{a + b}{2} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2}{1} = 2.$$

Dakle, $a + b \geq 4$. Dakle, nejednakost (0.0.2) je tačna, pa je i polazna nejednakost tačna. Jednakost važi ako i samo ako je $a = b = 2$.

Drugo rješenje Zbog $a + b = ab$, nejednakost (0.0.1) postaje

$$ab \geq 4. \quad (0.0.3)$$

Sada ćemo koristiti nejednakost aritmetičke i geometrijske sredine dva pozitivna a i b :

$$\frac{ab}{2} = \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

Oдавдје добијамо

$$ab \geq 4,$$

tj. (0.0.3) je tačna, pa je tačna i data nejednakost.

Treće rješenje Iz $ab = a + b$ slijedi

$$b = \frac{a}{a-1}.$$

Tada izraz

$$w = (1+a)(1+b) - 9 = a + b + ab - 8$$

postaje

$$\begin{aligned} w &= a + \frac{a}{a-1} + a \cdot \frac{a}{a-1} - 8 \\ &= \frac{a(a-1) + a + a^2 - 8(a-1)}{a-1} = \frac{2a^2 - 8a + 8}{a-1} \\ &= \frac{2(a-2)^2}{a-1}. \end{aligned}$$

Prema uslovu zadatka a i b su pozitivni brojevi takvi da je

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1.$$

Tada je $\frac{1}{a} < 1$ i $\frac{1}{b} < 1$, pa je $a > 1$ i $b > 1$. Kako je $2(a-2)^2 \geq 0$, to je $w \geq 0$, pri čemu je $w = 0$ ako i samo ako je $a = 2$. No tada je i $b = 2$. Iz $w \geq 0$ slijedi $a + b + ab \geq 8$, pa vrijedi nejednakost (0.0.1), pa samim tim vrijedi i polazna nejednakost.




51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BIH
15. FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Ilijaš, 14. maj 2011. godine

Z A D A C I

VIII razred-osmogodišnje OŠ

1. Odrediti sve cijele brojeve n tako da je broj $n^2 - 3n - 6$ kvadrat prirodnog broja.
2. Naći pozitivne racionalne brojeve $x \left(= \frac{p}{q} \right)$ i sve cijele brojeve k tako da je

$$x(2k - 5x) = 3.$$

3.  Pozitivni brojevi a, b, c i d su direktno proporcionalni sa brojevima 2, 3, 6 i 7, redom. Dokazati da je tada

$$\frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c} < \frac{3}{2}.$$

4. Duži AE i BD (E pripada stranici BC, D pripada stranici AC) sijeku se u tački S i dijele trugao ABC na četiri oblasti: $\triangle ASD, \triangle ABS, \triangle BES$ i četverougao CDSE. Ako je $P_{\triangle ASD} = 4, P_{\triangle ABS} = 8$ i $P_{\triangle BES} = 7$, odrediti površinu četverougla CDSE.

- Svaki zadatak je vrednovan sa 7 poena.

Rjeenja zadataka za VIII razred osmogodinje osnovne kole

Zadatak 1. Odrediti sve cijele brojeve n tako da je broj $n^2 - 3n - 6$ kvadrat prirodnog broja.

Prvo rješenje Neka je $n^2 - 3n - 6 = a^2$, gdje je a prirodan broj. Nakon množenja sa 4 imamo $4n^2 - 12n - 24 = (2a)^2$, tj. $(2n - 3)^2 - 33 = (2a)^2$. Dakle,

$$(2n - 3)^2 - (2a)^2 = 33,$$

tj. $(2n - 3 - 2a)(2n - 3 + 2a) = 33$. Kako je $2n - 3 - 2a < 2n - 3 + 2a$, to imamo sljedeće mogućnosti: $2n - 3 - 2a = -33$, $2n - 3 + 2a = -1$; $2n - 3 - 2a = -11$, $2n - 3 + 2a = -3$; $2n - 3 - 2a = 1$, $2n - 3 + 2a = 33$; i $2n - 3 - 2a = 3$, $2n - 3 + 2a = 11$. Odavde redom nalazimo: $n = -7$, $a = 8$; $n = -2$, $a = 2$; $n = 10$, $a = 8$ i $n = 5$, $a = 2$.

Drugo rješenje Neka je $n^2 - 3n - 6 = a^2$, gdje je a prirodan broj. Tada je $n^2 - a^2 = 3(n + 2)$, tj.

$$(n - a)(n + a) = 3(n + 2).$$

Kako je 3 prost broj to iz $3|(n - a)(n + a)$ slijedi $3|(n - a)$ ili $3|(n + a)$.

Neka je $n - a = 3t$ za neki cio broj t . Tada je $n = 3t + a$, pa iz $(n - a)(n + a) = 3(n + 2)$ imamo

$$3t(3t + 2a) = 3(3t + a + 2),$$

tj. $3t^2 + 2at = 3t + a + 2$. Odavdje nalazimo

$$a = \frac{3t^2 - 3t - 2}{1 - 2t}.$$

Nakon množenja sa 4 dobije se

$$4a = \frac{3(2t)^2 - 6(2t) - 8}{1 - 2t}.$$

Uvedimo smjenu $1 - 2t = m$, tj. $2t = 1 - m$. Jasno je da je m cio broj. Dalje imamo

$$4a = \frac{3(1 - m)^2 - 6(1 - m) - 8}{m} = \frac{3m^2 - 11}{m}.$$

Odavde slijedi da m dijeli 11, pa je $m \in \{-11, -1, 1, 11\}$.

Za $m = -11$ nalazimo $a = -8$. Kako je a prirodan broj, to ovaj slučaj otpada.

Za $m = -1$ nalazimo $a = 2$, $t = 1$ i $n = 5$.

Za $m = 1$ nalazimo $a = -2$, pa ovaj slučaj otpada.

Za $m = 11$ nalazimo $a = 8$, $t = -5$ i $n = -7$.

Analogno rješava slučaj $n + a = 3t$ za neki cio broj t .

Zadatak 2. Naći sve pozitivne racionalne brojeve $x (= \frac{p}{q})$ i sve cijele brojeve k tako da je

$$x(2k - 5x) = 3.$$

Rješenje Neka je $x = \frac{p}{q}$, gdje su p i q relativno prosti prirodni brojevi. Tada imamo

$$\frac{2kp}{q} - 5\frac{p^2}{q^2} = 3.$$

Nakon transformacije ovog izraza dobije se

$$q(2kp - 3q) = 5p^2.$$

Kako su p i q relativno prosti cijeli brojevi, to iz posljednje jednakosti slijedi da q dijeli 5. Kako je q prirodan broj i 5 prost broj, to je $q = 1$ ili $q = 5$.

Prvi slučaj $q = 1$. Tada imamo $2kp - 5p = 3$, tj. $p(2k - 5) = 3$. Odavde slijedi da p dijeli 3. Kako je p prirodan broj to imamo sljedeće mogućnosti: $p = 1$ ili $p = 3$.

Za $p = 1$ nalazimo $k = 4$ i $x = 1$.

Za $p = 3$ nalazimo $k = 3$ i $x = 3$.

Drugi slučaj $q = 5$. Tada imamo $p(2k - 5p) = 15$. Odavde slijedi da p dijeli 15. Kako su p i $q = 5$ relativno prosti to je $p \in \{1, 3\}$.

Za $p = 1$ nalazimo $k = 8$ i $x = \frac{1}{5}$.

Za $p = 3$ nalazimo $k = 4$ i $x = \frac{3}{5}$.

Zadatak 3. Pozitivni brojevi a, b, c i d su direktno proporcionalni sa brojevima 2,3,6 i 7, redom. Dokazati da je tada

$$\frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c} < \frac{3}{2}.$$



Rješenje Iz uslova zadatka imamo

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{d}{7} = k,$$

tj.

$$a = 2k, b = 3k, c = 6k, d = 7k.$$

Uvedimo oznaku

$$w = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c}.$$

Sada je

$$\begin{aligned} w &= \frac{2k}{3k+6k+7k} + \frac{3k}{2k+6k+7k} + \frac{6k}{2k+3k+7k} + \frac{7k}{2k+3k+6k} \\ &= \frac{2}{16} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{7}{11} \\ &= \frac{643}{440}. \end{aligned}$$

Kako je $643 < 660$, to je $\frac{643}{440} < \frac{660}{440} = \frac{3}{2}$. Zbog toga je $w < \frac{3}{2}$, a to je i trebalo dokazati.

Zadatak 4. Duži AE i BD sijeku se u tački S i dijele trugao $\triangle ABC$ na četiri oblasti: $\triangle ASD$, $\triangle ABS$, $\triangle BES$ i četverougao $CDSE$. Ako je $P_{\triangle ASD} = 4$, $P_{\triangle ABS} = 8$ i $P_{\triangle BES} = 7$, odrediti površinu četverougla $CDSE$.

Rješenje Dijagonala DE dijeli četverougao $ECDS$ na dva trougla $\triangle EDS$ i $\triangle CDE$. Oynačimo njihove površine sa x i y , redom. Važi

$$\frac{8}{7} = \frac{P_{\triangle ASB}}{P_{\triangle SBE}} = \frac{\frac{\overline{AS} \cdot h_1}{2}}{\frac{\overline{SE} \cdot h_1}{2}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{SE}}. \quad (0.0.4)$$

Analogno imamo

$$\frac{4}{x} = \frac{P_{\triangle ASD}}{P_{\triangle SDE}} = \frac{\frac{\overline{AS} \cdot h_2}{2}}{\frac{\overline{SE} \cdot h_2}{2}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{SE}}. \quad (0.0.5)$$

Iz (0.0.4) i (0.0.5) slijedi

$$\frac{8}{7} = \frac{4}{x},$$

tj.

$$x = \frac{7}{2}.$$

Slično iz

$$\frac{4 + \frac{7}{2}}{y} = \frac{P_{\triangle ADE}}{P_{\triangle CDE}} = \frac{\frac{\overline{AD} \cdot h_3}{2}}{\frac{\overline{CD} \cdot h_3}{2}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} \quad (0.0.6)$$

i

$$\frac{4 + 8}{\frac{7}{2} + 7} = \frac{P_{\triangle ABD}}{P_{\triangle CBD}} = \frac{\frac{\overline{AD} \cdot h_4}{2}}{\frac{\overline{CD} \cdot h_4}{2}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}. \quad (0.0.7)$$

Iz (0.0.6) i (0.0.7) slijedi

$$\frac{4 + \frac{7}{2}}{y} = \frac{4 + 8}{\frac{7}{2} + 7},$$

tj.

$$y = \frac{35}{2}.$$

Tada je

$$P_{CDSE} = x + y = 21.$$

REZULTATI

Rang	PREZIME	ŠIFRA	ŠIFRA INTERNA	PLASMAN- KOTIZACIJA	RAZRED	ŠKOLA	MJESTO	OPĆINA	KANTON	zadatak 1	zadatak 2	zadatak 3	zadatak 4	UKUPNO	%	Nagrada
1	Spahić Vedad	3	zdk781	P	7/8	Meša Selimović	Zenica	Zenica	Zeničko-dobojski	5	7	0	6	18	64	3 NAGRADA
2	Djedović Naria	17	tk783	P	7/8	Sv. Franjo	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	1	5	2	6	14	50	3 NAGRADA
3	Zdilar Paško	37	sbk784	P	7/8	Kiseljak	Kiseljak	Kiseljak	Srednjo-bosanski	6	0	6	1	13	46	3 NAGRADA
4	Bešić Emir	10	usk788	K	7/8	Otoka	Otoka Bosanska	Otoka Bosanska	Unsko-sanski kanton	3	7	0	2	12	43	POHVALA
4	Rizvan Anesa	26	zdk782	P	7/8	Mula Mustafa Bašeskija	D. Moštre	Visoko	Zeničko-dobojski	0	3	7	2	12	43	POHVALA
5	Kurtović Neira	7	ks789	P	7/8	Edhem Mulabdić	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	7	1	2	11	39	POHVALA
6	Abdić Amela	5	usk783	P	7/8	Bužim	Bužim	Bužim	Unsko-sanski kanton	1	7	0	2	10	36	POHVALA
7	Bostandžić Din	20	ks783	P	7/8	Musa Čazim Čatić	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	7	0	2	9	32	POHVALA
7	Dinarević Alem	1	ks781	P	7/8	Đulistan	Lješevo	Ilijaš	Kanton Sarajevo	0	7	0	2	9	32	POHVALA
8	Gobeljić Adnan	28	ks782	P	7/8	Musa Čazim Čatić	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	0	0	7	8	29	POHVALA
8	Sabljica Amila	32	ks784	P	7/8	Velešićki heroji	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	7	0	0	8	29	POHVALA
8	Shabar Amina	42	ks785	P	7/8	Đulistan	Lješevo	Ilijaš	Kanton Sarajevo	5	1	0	2	8	29	POHVALA
9	Zukorlić Fatih	13	ks787	P	7/8	Hamdija Kreševljaković	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	4	0	2	7	25	
10	Hodžić Edina	35	tk789	K	7/8	Kalesija	Kalesija	Kalesija	Tuzlanski	3	1	0	2	6	21	
10	Husić Ajla	45	tk785	P	7/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	0	5	0	1	6	21	
11	Sekić Vildana	25	tk782	P	7/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	3	1	0	1	5	18	
12	Azapagić Harun	2	tk781	P	7/8	Centar	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	1	1	0	2	4	14	
12	Ibrahimpašić Amina	14	usk781	P	7/8	Druga OŠ	B.Krupa	B.Krupa	Unsko-sanski kanton	1	1	0	2	4	14	
13	Duraković Anela	43	usk784	K	7/8	25.Novembar	V.Kladuša	V.Kladuša	Unsko-sanski kanton	1	1	0	1	3	11	
13	Hrbanić Sven	36	ks786	P	7/8	Katolički školski centar OŠ	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	1	0	1	3	11	
13	Kvakić Amar	18	zdk783	P	7/8	Mula Mustafa Bašeskija	D. Moštre	Visoko	Zeničko-dobojski	0	1	0	2	3	11	
13	Mrkonja Elma	6	sbk781	P	7/8	Travnik	Travnik	Travnik	Srednjo-bosanski	0	1	0	2	3	11	
13	Okanović Ilma	9	tk787	K	7/8	Lukavac	Lukavac	Lukavac	Tuzlanski	0	1	0	2	3	11	
13	Salkić Edna	34	zdk786	P	7/8	Safvet-beg Bašagić	Breza	Breza	Zeničko-dobojski	1	1	0	1	3	11	
13	Šišić Nedim	44	zdk785	P	7/8	Edhem Mulabdić	Zenica	Zenica	Zeničko-dobojski	0	1	0	2	3	11	
13	Štulanović Merjem	15	usk782	P	7/8	25. Novembar	V.Kladuša	V.Kladuša	Unsko-sanski kanton	1	1	0	1	3	11	
14	Bećirović Bakir	39	tk788	K	7/8	Centar	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	1	0	0	1	2	7	
14	Begić Lejla	16	ks788	P	7/8	Mirsad Prnjavorac	Vogošća	Vogošća	Kanton Sarajevo	2	0	0	0	2	7	
14	Begović Dženan	11	sbk783	P	7/8	Travnik	Travnik	Travnik	Srednjo-bosanski	1	1	0	0	2	7	
14	Bešlija Damir	31	bpk781	P	7/8	Husein ef.Đozo	Goražde	Goražde	Bosansko-podrinjski kanton	0	1	0	1	2	7	
14	Dedić Benjamin	29	ks7811	K		Grbavica 1	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	0	0	2	2	7	
14	Hadžić Bakir	21	usk787	K	7/8	Ključ	Ključ	Ključ	Unsko-sanski kanton	0	1	0	1	2	7	
14	Halilović Fahrudin	41	usk785	K	7/8	Otoka	Otoka Bosanska	Otoka Bosanska	Unsko-sanski kanton	0	1	0	1	2	7	
14	Muratović Emir	33	tk786	P	7/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	1	0	0	1	2	7	
14	Mušić Samra	8	usk786	K	7/8	Cazin II	Cazin	Cazin	Unsko-sanski kanton	0	0	0	2	2	7	
15	Bajat Selma	12	hmk781	P	7/8		Mostar	Mostar	Hercegovačko-neretvanski	0	1	0	0	1	4	
15	Borovina Adi	4	ks7812	K		Grbavica 1	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	1	0	0	1	4	
15	Čengić Muhamed	40	bpk782	P	7/8	Husein ef.Đozo	Goražde	Goražde	Bosansko-podrinjski kanton	0	0	0	1	1	4	
15	Melkić Azra	27	usk789	K	7/8	Prva OŠ	V.Kladuša	V.Kladuša	Unsko-sanski kanton	0	1	0	0	1	4	
15	Murić Mirza	19	usk7810	K	7/8	Cazin II	Cazin	Cazin	Unsko-sanski kanton	0	0	0	1	1	4	
15	Popaja Amar	30	zdk784	P	7/8	Meša Selimović	Zenica	Zenica	Zeničko-dobojski	0	0	1	0	1	4	
15	Šlijo Lamija	38	ks7813	K		Grbavica 1	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	1	0	0	1	4	
15	Turčinović Elma	23	ks7810	K	7/8	9. maj	Pazarić	Hadžići	Kanton Sarajevo	0	0	0	1	1	4	
15	Zukić Mustafa	22	sbk782	P	7/8	Travnik	Travnik	Travnik	Srednjo-bosanski	0	0	0	1	1	4	
16	Onodi Marko	24	tk784	P	7/8	Sv. Franjo	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	0	0	0	0	0	0	

Rang	PREZIME	ŠIFRA	RAZRED	ŠKOLA	MJESTO	OPĆINA	KANTON	zadatak 1	zadatak 2	zadatak 3	zadatak 4	UKUPNO	%	Nagrade
1	Džonlagić Azur	21	6/8	Novi Grad	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	7	7	7	6	27	96	1 NAGRADA
2	Polić Adin	14	7/9	Gostović	Gostović	Zavidovići	Zeničko-dobojski	7	1	6	7	21	75	3 NAGRADA
3	Karakaš Adi	12	6/8	Travnik	Travnik	Travnik	Srednjo-bosanski	7	4	1	7	19	68	3 NAGRADA
3	Sinanović Mirza	13	7/9	Mula Mustafa Bašeskija		Sarajevo	Kanton Sarajevo	7	4	1	7	19	68	3 NAGRADA
3	Mrkonja Emin	9	6/8	Travnik	Travnik	Travnik	Srednjo-bosanski	7	4	1	7	19	68	3 NAGRADA
4	Klovo Vedin	1	7/9	Husein ef.Đozo	Goražde	Goražde	Bosansko-podrinjski kanton	2	1	7	7	17	61	3 NAGRADA
4	Fermić Dijana	3	7/9	Prva osnovna škola	Maglaj	Maglaj	Zeničko-dobojski	7	3	7	0	17	61	3 NAGRADA
5	Sinanović Amina	6	7/9	Kalesija	Kalesija	Kalesija	Tuzlanski	7	1	1	7	16	57	POHVALA
5	Tahirović Emina	8	7/9	Čengić Vila I	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	7	7	2	16	57	POHVALA
6	Smajević Irfan	4	7/9	Hilmi-ef. Šarić	Tarčin	Tarčin	Kanton Sarajevo	7	1	1	6	15	54	POHVALA
6	Brdar Džavid	25	7/9	Nafija Sarajlić	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	5	2	7	1	15	54	POHVALA
7	Sarajlija Adema	17	6/8	Prva OŠ	Velika Kladuša	Velika Kladuša	Unsko-sanski kanton	7	0	0	7	14	50	POHVALA
7	Bolić Adisa	24	6/8	A.Hromadžić	B.Petrovac	B.Petrovac	Unsko-sanski kanton	7	0	1	6	14	50	POHVALA
8	Karavelić Amina	29	7/9	Mula Mustafa Bašeskija	D. Moštre	Visoko	Zeničko-dobojski	7	4	2	0	13	46	POHVALA
9	Suljić Emina	15	7/9	Prva osnovna škola	Živinice	Živinice	Tuzlanski	2	2	2	6	12	43	
10	Milišić Aida	22	7/9	Druga osnovna škola	Iliđza	Iliđza	Kanton Sarajevo	7	2	2	0	11	39	
11	Kunovac Iman	10	7/9	Isak Samokovlija	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	1	1	7	10	36	
11	Bandić Berina	19	7/9	Druga osnovna škola	Iliđza	Iliđza	Kanton Sarajevo	1	2	7	0	10	36	
11	Hadžić Anes	30	6/8	Ključ	Ključ	Ključ	Unsko-sanski kanton	6	1	1	2	10	36	
11	Smajlagić Elma	20	7/9	Mehmedalija Mak Dizdar	Gračanica	Visoko	Zeničko-dobojski	1	2	0	7	10	36	
12	Omeragić Ermin	18	7/9	Hamdija Kreševljaković	Kakanj	Kakanj	Zeničko-dobojski	7	0	0	0	7	25	
13	Mašić Edis	2	7/9	Orahovica	D. Orahovica	Gračanica	Tuzlanski	1	1	4	0	6	21	
13	Zarean Alima	11	7/9	Đulistan	Lješevno	Ilijaš	Kanton Sarajevo	1	4	0	1	6	21	
14	Gorinjac Ajla	16	6/8	Harmani II	Bihać	Bihać	Unsko-sanski kanton	0	0	1	4	5	18	
14	Hajrulahović Emin	32	7/9	Saburina	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	1	2	1	5	18	
15	Šehanović Anida	28	7/9	Novi Grad	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	0	2	1	1	4	14	
16	Kudić Adila	7	6/8	Cazin II	Cazin	Cazin	Unsko-sanski kanton	1	1	1	0	3	11	
16	Mustafić Adelisa	23	6/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	1	1	1	0	3	11	
17	Dupanović Arman	26	7/9	Gornje Prekounje-Ripač	Bihać	Bihać	Unsko-sanski kanton	0	0	1	1	2	7	
17	Nuspahić Ariana	27	6/8		Mostar	Mostar	Hercegovačko-neretvanski	1	0	1	0	2	7	
18	Džih Šejma	5	7/9		Mostar	Mostar	Hercegovačko-neretvanski	0	0	1	0	1	4	
18	Pirić Harun	31	7/9	Simin Han	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	0	0	1	0	1	4	
	Krdžić Hajrudin		7/9	Kalesija	Kalesija	Kalesija	Tuzlanski					0	0	

Rang	PREZIME I IME	ŠIFRA	ŠIFRA INTERNA	PLASMAN- KOTIZACIJA	RAZRED	ŠKOLA	MJESTO	OPĆINA	KANTON	zadatak 1	zadatak 2	zadatak 3	zadatak 4	UKUPNO	%	Nagrade
1	Papić Demir	31	ks82	P	8/8	Deveta osnovna škola	Rakovica	Ilidža	Kanton Sarajevo	4	0	7	4	15	54	3 NAGRADA
2	Biogradlija Senija	17	zdk85	P	8/8	Edhem Mulabdić	Zenica	Zenica	Zeničko-dobojski	5	1	5	2	13	46	3 NAGRADA
2	Kreho Adnan	6	ks89	P	8/8	Behaudin Selmanović	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	5	1	7	0	13	46	3 NAGRADA
2	Modrić Emina	34	tk84	P	8/8	Banovići	Banovići	Banovići	Tuzlanski	5	0	7	1	13	46	3 NAGRADA
3	Mustafić Kemal	25	ks83	P	8/8	Čengić Vila I	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	5	1	5	1	12	43	POHVALA
3	Šišić Melika	2	ks81	P	8/8	Kovačići	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	7	0	5	0	12	43	POHVALA
4	Mustafić Ibrahim	43	ks85	P	8/8	Đulistan	Lješevo	Ilijaš	Kanton Sarajevo	5	1	5	0	11	39	POHVALA
4	Nurkanović Ajla	3	tk81	P	8/8	Jala	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	5	0	0	6	11	39	POHVALA
5	Mahmud Ahmed	8	tk89	K	8/8	Međunarodna osnovna škola	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	2	1	7	0	10	36	POHVALA
5	Mujkić Asim	39	zdk88	K	8/8	Abdulvehab Ilhamija	Kaloševići	Tešanj	Zeničko-dobojski	0	0	7	3	10	36	POHVALA
5	Oruč Ahmed	37	ks86	P	8/8	Mula Mustafa Bašeskija	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	2	1	7	0	10	36	POHVALA
5	Osmanović Muamer	29	usk86	K	8/8	Ključ	Ključ	Ključ	Unsko-sanski	1	1	7	1	10	36	POHVALA
5	Pušul Dženana	16	zdk81	P	8/8	Mula Mustafa Bašeskija	D. Moštre	Visoko	Zeničko-dobojski	1	1	7	1	10	36	POHVALA
6	Arnaut Mirza	41	tk85	P	8/8	Orahovica	Orahovica	Gračanica	Tuzlanski	4	1	3	1	9	32	POHVALA
6	Crnčević Elvir	21	ks88	P	8/8	Skender Kulenović	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	3	1	5	0	9	32	POHVALA
6	Jukić Džemal	12	tk814	K	8/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	1	1	7	0	9	32	POHVALA
6	Krbezlija Mirza	35	ks84	P	8/8	9. maj	Pazarić	Pazarić	Kanton Sarajevo	1	1	7	0	9	32	POHVALA
6	Muhamedović Amna	18	zdk86	P	8/8	Prva osnovna škola			Zeničko-dobojski	1	1	7	0	9	32	POHVALA
6	Muzaferija Kanita	10	ks811	K	8/8	Đulistan	Lješevo	Ilijaš	Kanton Sarajevo	1	0	7	1	9	32	POHVALA
6	Oštrković Mirsad	19	tk811	K	8/8	Novi Grad	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	1	1	7	0	9	32	POHVALA
6	Redžić Ajla	1	usk81	P	8/8	Ostrožac	Ostrožac	Cazin	Unsko-sanski	1	1	7	0	9	32	POHVALA
6	Seferagić Raisa	38	usk85	K	8/8	Harmani II	Bihać	Bihać	Unsko-sanski	0	1	7	1	9	32	POHVALA
7	Skenderović Muhamed	33	usk82	P	8/8	Bužim	Bužim	Bužim	Unsko-sanski	1	0	7	0	8	29	
7	Burić Amar	7	zdk83	P	8/8	Safvet-beg Bašagić	Visoko	Visoko	Zeničko-dobojski	0	1	7	0	8	29	
7	Čelebić Nermana	36	zdk84	P	8/8	Mula Mustafa Bašeskija	D. Moštre	Visoko	Zeničko-dobojski	3	0	5	0	8	29	
7	Nukić Selma	32	tk82	P	8/8	Miričina	Miričina	Gračanica	Tuzlanski	0	1	7	0	8	29	
7	Tankić Mahira	28	tk810	K	8/8	Mehmed-beg Kapetanović Ljubušak	Srnice Donje	Gradačac	Tuzlanski	0	1	7	0	8	29	
8	Buza Tarik	13	ks87	P	8/8	Mirsad Prnjavorac	Vogošća	Vogošća	Kanton Sarajevo	0	0	7	0	7	25	
9	Babić Belma	15	tk87	P	8/8	Mejdan	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	1	0	5	0	6	21	
9	Beširović Safer	14	ks812	K	8/8	Hamdija Kreševljaković	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	1	0	5	0	6	21	
9	Hodžić Medina	30	ks810	K	8/8	Hasan Kaimija	Sarajevo	Sarajevo	Kanton Sarajevo	0	1	5	0	6	21	
9	Omerbegović Belma	42	tk816	K	8/8	Kalesija	Kalesija	Kalesija	Tuzlanski	3	0	3	0	6	21	
10	Hodžić Adis	23	usk83	P	8/8	Ključ	Ključ	Ključ	Unsko-sanski	0	0	5	0	5	18	
10	Jalmanović Neira	20	tk88	K	8/8	Banovići	Banovići	Banovići	Tuzlanski	0	0	5	0	5	18	
11	Bajraktarević Admir	26	zdk87	K	8/8	Prva osnovna škola	Maglaj	Maglaj	Zeničko-dobojski	1	0	3	0	4	14	
12	Čišić Haris	9	hnk81	P	8/8		Mostar	Mostar	Hercegovačko-neretvanski	0	0	3	0	3	11	
12	Dedić Muhamed	24	tk83	P	8/8	Orahovica	Orahovica	Gračanica	Tuzlanski	0	0	3	0	3	11	
12	Osmanović Belmin	4	tk812	K	8/8	Solina	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	0	1	2	0	3	11	
13	Čizmić Adis	40	tk815	K	8/8	Druga osnovna škola	Srebrenik	Srebrenik	Tuzlanski	1	1	0	0	2	7	
13	Čatić Emina	11	bpk83	P	8/8	Husein ef. Dozo	Goražde	Goražde	Bosansko-podrinjski	0	1	0	1	2	7	
14	Kupinić Adnan	22	usk84	K	8/8	Ključ	Ključ	Ključ	Unsko-sanski	1	0	0	0	1	4	
15	Hodžić Amir	44	tk86	P	8/8	Hasan Kikić	Gračanica	Gračanica	Tuzlanski	0	0	0	0	0	0	
15	Salman Enisa	5	bpk81	P	8/8	Husein ef. Dozo	Goražde	Goražde	Bosansko-podrinjski	0	0	0	0	0	0	
15	Šišić Haris	27	tk813	K	8/8	Mejdan	Tuzla	Tuzla	Tuzlanski	0	0	0	0	0	0	

Spisak takmičara koji su obezbjedili plasman za Državno takmičenje – Juniorsku olimpijadu BiH

RB	PREZIME	RAZ-RED	ŠKOLA	MJESTO
1	Džonlagić Azur	7/9	Novi Grad	Tuzla
2	Spahić Vedad	7/8	Meša Selimović	Zenica
3	Djedović Naria	7/8	Sv. Franjo	Tuzla
4	Zdilar Paško	7/8	Kiseljak	Kiseljak
5	Bešić Emir	7/8	Otoka	Otoka Bosanska
6	Rizvan Anesa	7/8	Mula Mustafa Bašeskija	Visoko

1	Papić Demir	8/8	Deveta osnovna škola	Iliđža
2	Biogradlija Senija	8/8	Edhem Mulabdić	Zenica
3	Modrić Emina	8/8	Banovići	Banovići
4	Kreho Adnan	8/8	Behaudin Selmanović	Sarajevo
5	Šišić Melika	8/8	Kovačići	Sarajevo
6	Mustafić Kemal	8/8	Čengić Vila I	Sarajevo
7	Mustafić Ibrahim	8/8	Đulistan	Ilijaš
8	Nurkanović Ajla	8/8	Jala	Tuzla

Lješevo, Ilijaš, 14.05.2011.godine