



## Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 14.03.2009. godine

### V razred

1. U jednoj ulici kuće su numerisane tako da su sa jedne strane kuće sa parnim, a sa druge strane kuće sa neparnim brojevima. Sa neparne strane brojevi idu od 1 do 169, a sa parne od 2 do 114. Koliko je cifara (znakova) upotrebjeno za numerisanje svih kuća u toj ulici?
2. Koliki je ugao  $\alpha$  ako je zbir njegovog komplementnog i suplementnog ugla  $7\alpha$ ?
3. Od 1250 učenika neke škole 570 se bavi košarkom, 280 nogometom, a 542 učenika ne bavi se ovim sportovima. Koliko učenika se bavi i košarkom i nogometom?
4. U četvorocifrenom broju  $\overline{32x2}$  odredi vrijednost cifre  $x$  tako da dobiveni broj bude djeljiv sa 12.

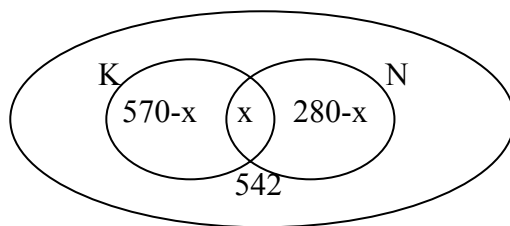
\*\*\*\*\*

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.  
Izrada zadataka traje 90 minuta.

### Rješenja zadataka za peti razred:

1. Sa neparne strane je upotrebjeno:  
 $5 \cdot 1 + 45 \cdot 2 + 35 \cdot 3 = 5 + 90 + 105 = 200$  cifra.  
Sa parne strane je upotrebjeno:  
 $4 \cdot 1 + 45 \cdot 2 + 8 \cdot 3 = 4 + 90 + 24 = 118$  cifara.  
Ukupno je za numerisanje kuća u ulici upotrebjeno:  
 $200 + 118 = 318$  cifara.
2.  $(90^\circ - \alpha) + (180^\circ - \alpha) = 7\alpha$ ,  $9\alpha = 270^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

3.



Sa  $x$  označimo broj učenika koji se bave sa oba sporta. Broj učenika koji se bave sportom je:  $1250 - 542 = 708$ , dobijamo  $x = 142$ .

4. Broj je djeljiv sa 12 ako je djeljiv sa 3 i 4. Da bi broj  $\overline{32x2}$  bio djeljiv sa 3, zbir cifara mu mora biti djeljiv sa 3. Cifra  $x$  može biti 2, 5 ili 8. Zbog djeljivosti sa 4, zadnje dvije cifre moraju biti djeljive sa 4. Od tri slučaja (22, 52, 82) je konačno rješenje 52 odnosno  $x = 5$ .

## Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 14.03.2009. godine

### VI razred

1. Odredi cifru (znamenku)  $a$  tako da izraz:  $17 \cdot \overline{16a} + 2007 \cdot 2008$  bude djeljiv sa 12. ( $a$  je cifra jedinica u broju  $\overline{16a}$ )
2. Esma je dala trećinu svog novca za knjigu, četvrtinu za svesku i šestinu za olovku, pa joj je ostalo 7,50KM. Koliko je novca imala prije kupovine i kolike su bile cijene kupljenih predmeta?
3. Simetrale dva unutrašnja ugla trougla sijeku se pod uglom od  $135^\circ$ . Dokazati da je trougao pravougli.
4. Učenici šestog razreda neke škole idu na zimovanje. Prijavilo se  $\frac{2}{9}$  učenika više nego je planirano. Pred polazak zbog bolesti je odustalo  $\frac{3}{11}$  prijavljenih učenika pa je na zimovanje otišlo 5 učenika manje nego što je planirano. Koliko učenika je otišlo na zimovanje?

\*\*\*\*\*

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.  
Izrada zadataka traje 90 minuta.

## Rješenja zadataka za šesti razred:

1. Kako je  $12=3 \cdot 4$  broj je djeljiv sa 12 kada je djeljiv sa 3 i sa 4.

Broj 2007 je djeljiv sa 3 ( $2+0+0+7=9$ ) a broj 2008 je djeljiv sa 4 (08 je djeljivo sa 4) pa treba biti i  $17 \cdot \overline{16a}$  djeljivo sa 12.

Kako je 17 prost broj mora biti  $\overline{16a}$  djeljivo sa 12. Ako je djeljiv sa 4 moguća su tri slučaja  $a \in \{0,4,8\}$ :

$a=0$ ,  $1+6+0=7$  nije djeljivo sa 3

$a=4$ ,  $1+6+4=11$  nije djeljivo sa 3

$a=8$ ,  $1+6+8=15$  što je djeljivo sa 3 pa je tražena cifra (znamenka)  $a=8$ .

2. Ako je Esma imala  $x$  KM formiramo jednačinu:

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 7,5$$

Rješavanjem dobijamo  $x=30$ . Cijene proizvoda su: 10, 7,7 i 5 dinara.

3. Kako je:  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + 135^\circ = 180^\circ$ ,  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 45^\circ$ ,  $\alpha + \beta = 90^\circ$

to je  $\gamma=90^\circ$ .

4. Prijavilo se  $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$  planiranog broja.

Odustalo je  $\frac{3}{11}$  od  $\frac{11}{9}$  tj.  $\frac{3}{11} \cdot \frac{11}{9} = \frac{1}{3}$  planiranog broja.

Na zimovanje je otišlo  $\frac{11}{9} - \frac{1}{3} = \frac{11-3}{9} = \frac{8}{9}$  planiranog broja.

Znači  $\frac{1}{9}$  planiranog broja učenika je 5 učenika, tj. planirani broj je 45.

Na zimovanje je otišlo 40 učenika.-

## Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola 14.03.2009. godine

### VII razred

1. Izračunati dužinu stranice romba ako je površina  $480\text{cm}^2$  a odnos dužina stranice i jedne dijagonale 13:10.
2. Neka su dužine kateta AC i BC pravouglog trougla ABC 20cm i 15 cm i neka je CD visina tog trougla. Izračunaj površinu trougla BCD.

3. Šta je veće:  $2+\sqrt{2}$  ili  $6-\sqrt{6}$  (riješite zadatak bez traženja vrijednosti korijena!).

4. Poslovođa koji ima 14 radnika ugovori da tih 14 radnika jedan posao završe za 10 dana. Međutim, poslije dva dana poslovođa utvrdi da će radeći ovim tempom zakasnuti 4 dana u izvršenju ugovorenog posla i trećeg dana angažuje još nekoliko radnika, te uz njihovu pomoć posao završe tačno na vrijeme. Koliko je radnika naknadno angažovano?

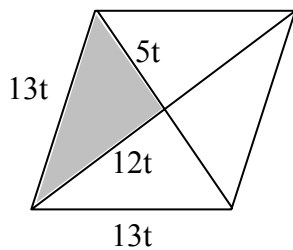
\*\*\*\*\*

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.

Izrada zadataka traje 90 minuta.

### Rješenja zadataka za sedmi razred:

1.



Primjenom Pitagorine teoreme na trougao sa hipotenuzom dužine  $13t$  i jednom katetom dužine  $5t$ , dobija se da je dužina druge katete  $12t$ .

$$P = \frac{10t \cdot 24t}{2} = 120t^2,$$

Kako je  $P=480\text{cm}^2$ ,  $t=4$ , pa je stranica  $52\text{cm}$ .

2. Primjenom Pitagorine teoreme nalazimo  $\overline{AB} = 25\text{cm}$ . Iz  $ab=ch_c$  je  $h_c=12\text{cm}$ , pa primjenom Pitagorine teoreme na  $\triangle BCD$  dobivamo  $\overline{BD} = 9\text{cm}$ , te je  $P_{\triangle BCD} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54\text{cm}^2$ .

3.  $2+\sqrt{2} < 6-\sqrt{6}$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} < 4$$

$$2+6+4\sqrt{3} < 16$$

$$\sqrt{3} < 2$$

4. Poslovođa je mislio da za cijeli posao treba  $14 \cdot 10 = 140$  radnika. Međutim poslije dva dana je utvrdio da pored preostalih  $140 - 28 = 112$  treba još  $4 \cdot 14 = 56$  radnika. Dakle, u preostalih 8 dana treba odraditi 56 radnika, pa je broj novozaposlenih radnika  $56:8=7$ .

**Zadaci za opštinsko takmičenje učenika osnovnih škola  
14.03.2009. godine**

**VIII razred**

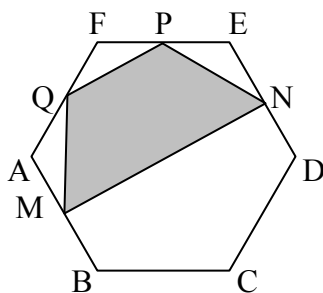
1. Izračunaj bez upotrebe digitrona (kalkulatora):

$$\sqrt{333^2 + 444^2} .$$

2. Na jednom otoku (ostrvu)  $\frac{2}{3}$  svih muškaraca je oženjeno, a  $\frac{3}{5}$  svih žena je udano. Koji dio stanovništva nije u braku?

3. Zadana je prava jednačbom  $4x+3y-6=0$ . Kolika je udaljenost koordinatnog početka od te prave?

4. Odrediti odnos površina pravilnog šestougla ABCDEF i četvorougla MNPQ na slici ako su M, N, P, Q središta stranica AB, DE, EF, FA.



\*\*\*\*\*

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.

Izrada zadatka traje 90 minuta.

**Rješenja zadataka za osmi razred:**

$$\begin{aligned} 1. \sqrt{333^2 + 444^2} &= \sqrt{(3 \cdot 111)^2 + (4 \cdot 111)^2} \\ &= \sqrt{111^2 (3^2 + 4^2)} \\ &= \sqrt{111^2 \cdot 5^2} \\ &= 111 \cdot 5 \\ &= 555 \end{aligned}$$

2. Neka je bilo  $x$  muškaraca i  $y$  žena.

Tada je iz uvjeta zadatka  $\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}y$  ili  $y = \frac{10}{9}x$ .

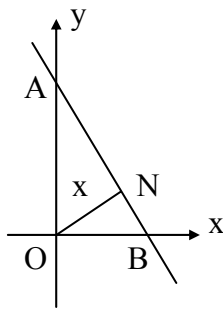
U braku nisu  $\frac{1}{3}x$  muškaraca i  $\frac{2}{5}y$  žena.

Dakle,

$$\frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y}{x + y} = \frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{9}x}{x + \frac{10}{9}x} = \frac{\frac{7}{9}x}{\frac{19}{9}x} = \frac{7}{19}$$

nije u braku.

3.



Prava siječe koordinatne ose u  $A(0,2)$  i  $B\left(\frac{3}{2},0\right)$ .

Tražena udaljenost je visina iz vrha O pravouglog trougla ABO.

Primjenom Pitagorine teoreme je  $AB=2,5$ .

Izjednačavanjem površina:

$$\frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} x, \quad x = \frac{6}{5}$$

4. Površina četvorougla MNPQ jednaka je polovini površine pravilnog šestougla čiji su vrhovi središta strana polaznog šestougla. Ako sa  $a$  označimo stranicu polaznog šestougla

tada je stranica novodobivenog šestougla  $QP = \frac{1}{2} AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$$P_{ABCDEF} : P_{MNPQ} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} : \frac{3b^2\sqrt{3}}{4} = a^2 : \frac{3a^2}{8} = 8:3.$$