Kantonalno takmičenje iz matemtike učenika srednjih škola sa područja TK

07.04.2012

PRVI RAZRED

Zadatak 1. Neka je $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ gdje su a,b,c realni brojevi različiti od nule. Dokazati da je tada

$$a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=a^3+b^3+c^3$$

Rješenje: Neka je $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k$. Tada je $b=ck$ i $a=bk=ck\cdot k=ck^2$ pa je

$$a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=c^2k^4c^2k^2c^2\left(\frac{1}{c^3k^6}+\frac{1}{c^3k^3}+\frac{1}{c^3}\right)=$$

$$c^6k^6\left(\frac{1+k^3+k^6}{c^3k^6}\right)=c^3\left(1+k^3+k^6\right)=(c)^3+(ck)^3+\left(ck^2\right)^3=$$

$$=c^3+b^3+a^3=a^3+b^3+c^3$$

i ovim je dokaz završen.

Zadatak 2. Ako su a, b, c, d pozitivni realni brojevi dokazati da vrijedi nejednakost

$$a^6 + b^6 + c^6 + d^6 - 6abcd \geq -2$$

Kada se dostiže znak jednakosti?

Rješenje: Data nejednakost je ekvivalentna sa

$$a^6 + b^6 + c^6 + d^6 + 2 \geq 6abcd$$

Na osnovu nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine je

$$a^6 + b^6 + c^6 + d^6 + 2 = a^6 + b^6 + c^6 + d^6 + 1 + 1 \geq$$

$$6\sqrt[6]{a^6 \cdot b^6 \cdot c^6 \cdot d^6 \cdot 1 \cdot 1} = 6abcd$$

pa je ovim dokaz završen.
Da bi se dostigao znak jednakosti mora (zbog posljednje nejednakosti) biti

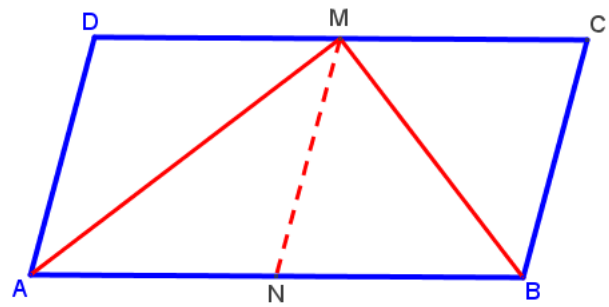
$$a^6 = b^6 = c^6 = d^6 = 1$$

što implicira da mora biti $a = b = c = d = 1$. Nije teško provjeriti da se za ovu četvorku zaista dostiže znak jednakosti.

Zadatak 3. Neka je $ABCD$ paralelogram a M sredina stranice DC. Ako M leži na simetrali ugla DAB odrediti vrijednost ugla AMB.

Prvo rješenje: Neka je $\angle BAD = \alpha$. Zbog $DC \parallel AB$ je

$$\angle BAM = \angle AMD = \angle DAM = \frac{\alpha}{2}$$



pa je trougao DAM jednakokraki i $DM = DA$ i $\angle DMA = \frac{\alpha}{2}$. No tada je i trougao MCB jednakokraki jer je

$$MC = MD = DA = BC$$

pa je (koristimo i $\angle BCM = \angle BCD = \angle DAB = \alpha$)

$$\angle CMB = \angle CBM = \frac{180^\circ - \angle BCM}{2} = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

Sada lagano računamo

$$\angle AMB = 180^\circ - \angle AMD - \angle CMB = 90^\circ.$$

Drugo rješenje: Neka je N sredina stranice AB.Analogono kao u prvom rješenju zaključujemo da je trougao ADM jednakokraki. Dalje imamo da je $DM = AN$ i $DM \parallel AN$ pa je $ADMN$ paralelogram odakle slijedi da je $MN = AD$ i $DM = AN$ pa je

$$MN = AD = DM = AN = NB$$

a iz $MN = NA = NB$ slijedi da je trougao AMB pravougli i

$$\angle AMB = 90^\circ.$$

Zadatak 4. Riješiti jednačinu

$$p^2 + pq + q^2 = r^2$$

gdje su p i q prosti a r prirodan broj.

Rješenje: Očigledno je $r > p$ i $r > q$. Data jednačina je ekvivalentna sa

$$(p+q)^2 - pq = r^2$$

odakle slijedi

$$(p+q-r)(p+q+r) = pq$$

Kako su p i q prosti i $p+q-r < p+q+r$ i $p+q-r < \min\{p,q\}$ to mora biti

$$p+q-r = 1 \quad p+q+r = pq$$

Iz prve jednačine je $r = p+q-1$ pa uvrštavajući u drugu imamo

$$2p + 2q - 1 = pq$$

što je ekvivalentno sa

$$(p-2)(q-2) = 3$$

odakle slijedi $p = 5,\ q = 3$ ili $p = 3,\ q = 5$ a u oba slučaja je $r = 7$. Dakle sva rješenja date jednačine su

$$(p,q,r) = \{(5,3,7),(3,5,7)\}$$

DRUGI RAZRED

Zadatak 1. Uprostiti izraz

$$\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}\left(x^{-1}+y^{-1}\right)+2\left(x^{-\frac{1}{2}}+y^{-\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^{-3},\ x,y>0$$

Rješenje: Imamo

$$\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}\left(x^{-1}+y^{-1}\right)+2\left(x^{-\frac{1}{2}}+y^{-\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}=$$

$$\frac{x+y}{xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}+\frac{2\left(x+y\right)}{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3}=$$

$$=\frac{\left(x+y\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)+2\left(x+y\right)\sqrt{xy}}{xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3}=$$

$$\frac{\sqrt{x}^3+3\sqrt{x}^2\sqrt{y}+3\sqrt{x}\sqrt{y}^2+\sqrt{y}^3}{xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3}=$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3}{xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3}=\frac{1}{xy}$$

Zadatak 2. Odrediti sve trojke $p < q < r$ prostih brojeva takvih da je $p + q = r$ i $(r - p)(q - p) - 27p$ je potpun kvadrat.

Rješenje: Najprije uočimo da, zbog jednakosti $p + q = r$, sva tri broja p, q, r ne mogu biti neparni što implicira da je barem jedan od njih paran i kako je riječ o prostim brojevima to on mora biti jednak 2. Zbog $p < q < r$ je očigledno $p = 2$. Sada trebamo odrediti brojeve r i q takve da je $r = 2 + q$ i da je

$$(r - p)(q - p) - 27p = (r - 2)(q - 2) - 54$$

potpuni kvadrat a uvrstimo li u posljedjem izrazu $r - 2 = q$ trebamo odrediti sve proste brojeve q takve da je

$$q(q - 2) - 54 = k^2$$

za neki nenegativan cio broj k. Posljednja jednakost je ekvivalentna sa

$$(q - 1)^2 - 55 = k^2$$

odakle slijedi

$$(q - 1 - k)(q - 1 + k) = 55$$

Kako je $q - 1 - k < q - 1 + k$ to imamo dvije mogućnosti i to

$$q - 1 - k = 1 \quad q - 1 + k = 55$$

i

$$q - 1 - k = 5 \quad q - 1 + k = 11$$

U prvom slučaju je

$$q - 1 - k + q - 1 + k = 1 + 55$$

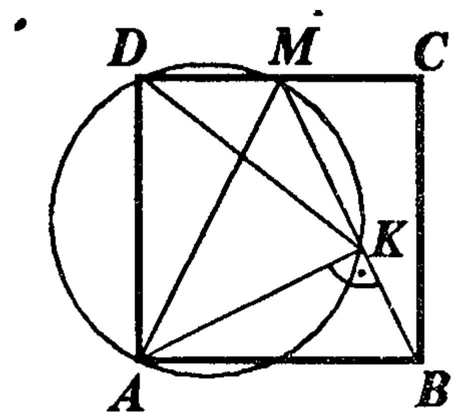
odakle slijedi $q = 29$ i $r = 31$ a u drugom slučaju je

$$q - 1 - k + q - 1 + k = 5 + 11$$

odakle slijedi $q = 9$ što nije prost broj pa u ovom slučaju nemamo rješenja.
Dakle $(p, q, r) = (2, 29, 31)$ je jedino rješenje.

Zadatak 3. Neka je M sredina stranice DC kvadrata $ABCD$ a K podnožje normale iz A na BM. Dokazati da je $\angle DAK = \angle DKA$.

Rješenje:



Neka je $\angle BMC = \varphi$. Uočimo da su pravougli trouglovi BMC i AMD podudarni (po pravilu SUS) pa je

$$\angle AMD = \angle BMC = \varphi.$$

Imamo da je

$$\angle ADM + \angle AKM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

pa je četverougao $DAKM$ tetivan odakle slijedi

$$\angle DKA = \angle DMA = \varphi.$$

Iz istog četverougla imamo

$$\angle DAK = 180^\circ - \angle KMD = 180^\circ - (180^\circ - \varphi) = \varphi$$

Dakle, $\angle DAK = \varphi = \angle DKA$ pa je ovim dokaz završen.

Zadatak 4. Prirodan broj N se sastoji od cifri $1,2,3,4,5,6,7$. Ako je poznato da se cifra i pojavljuje tačno $4 \cdot i$ puta u dekadskom zapisu od N , za svako $i = 1,2,\ldots,7$ (tj. cifra 1 se pojavljuje 4 puta , cifra 2 se pojavljuje $4 \cdot 2 = 8$ puta,..., cifra 7 se pojavljuje $7 \cdot 4 = 28$ puta) dokazati da N nije potpun kvadrat.

Rješenje: Suma cifara broja N je jednaka

$$4 + 4 \cdot 2 \cdot 2 + \ldots + 4 \cdot 7 \cdot 7 = 4\left(1^2 + 2^2 + \ldots + 7^2\right) = 560 \equiv 2 \pmod 3$$

pa broj N daje ostatak 2 modulo 3 te stoga ne može biti potpun kvadrat (poznato je da potpuni kvadrati mogu davati samo ostatke 0 i 1 modulo 3).

TREĆI RAZRED

Zadatak 1. Odrediti broj $t \in \mathbb{R}$ takav da je $f(t) = t$ ako je $f(x)$ dato sa

$$f(x) = 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} - 4^{x+\sqrt{x^2-2}} + 6 + x$$

Rješenje: D.P. $x^2 - 2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$.
Jednačina $f(t) = t$ je ekvivalentna jednačini

$$5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} - 4^{x+\sqrt{x^2-2}} + 6 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} \cdot 2^{-1} - 2^{2\left(x+\sqrt{x^2-2}\right)} + 6 = 0$$

Smjenom

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = z > 0$$

i množenjem jednačine sa 2 ona prelazi u oblik

$$2z^2 - 5z - 12 = 0$$

a rješenja posljednje kvadratne jednačine su $z_1 = -\frac{3}{2}$ i $z_2 = 4$.
Rješenje z_1 očigledno ne dolazi u obzir jer je negativno a za $z = 4$ imamo da je

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 4$$

odnosno

$$x + \sqrt{x^2 - 2} = 2$$

odakle slijedi

$$\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x$$

a nakon kvadriranja nalazimo da je $x = \frac{3}{2}$.
Stoga je traženi broj t jednak $\frac{3}{2}$.

Zadatak 2. Neka je S skup od 10 prirodnih brojeva takav da je suma svih njegovih elemenata jednaka 62. Dokazati da je proizvod svih elemenata skupa S djeljiv sa 60.

Rješenje: Da bi proizvod svih elemenata skupa S bio djeljiv sa 60 dovoljno je dokazati da u njemu postoje: jedan broj djeljiv sa 3, jedan broj djeljiv sa 4 i jedan broj djeljiv sa 5.
Dokažimo najprije da postoji broj djeljiv sa 3. Pretpostavimo suprotno tj. da niti jedan od elemenata skupa S nije djeljiv sa 3. Tada brojevi $3, 6, 9, 12$ sigurno nisu elementi skupa S pa je suma njegovih elemenata barem

$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + 13 + 14 = 75 > 62$$

što je u suprotnosti sa uslovom zadatka pa je naša pretpostavka netačna tj. postoji elemenat skupa S djeljiv sa 3. Slično dokazujemo da u S postoje elemenat djeljiv sa 4 kao i elemenat djeljiv sa 5. Naime ako ne bi postojao elemenat djeljiv sa 4 tada $4, 8, 12$ sigurno nisu u S pa bi suma njegovih elemenata bila barem

$$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11 + 13 = 67 > 62$$

a ako ne bi postojao elemenat djeljiv sa 5 tada $5, 10$ nisu elementi od S pa bi suma njegovih elemenata bila barem

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 11 + 12 = 63 > 62$$

i u oba slučaja bi imali kontradikciju sa uslovom zadatka. Ovim je dokaz završen.

Zadatak 3. Naći sve parove (a, b) prirodnih brojeva koji zadovoljavaju jednakost

$$ab = \mathrm{NZD}\,(a, b) + \mathrm{NZS}\,(a, b)$$

gdje $\mathrm{NZD}\,(a, b)$ označava najveći zajednički djelilac a $\mathrm{NZS}\,(a, b)$ najmanji zajednički sadržilac brojeva a i b.

Rješenje: Neka je $\mathrm{NZD}\,(a, b) = d$. Poznato je da je tada $a = da_1$ i $b = db_1$ a $\mathrm{NZS}\,(a, b) = da_1b_1$. Tako gonja jednakost postaje

$$d^2a_1b_1 = d + da_1b_1$$

te nakon dijeljenja sa d imamo

$$da_1b_1 = 1 + a_1b_1$$

Odavdje slijedi

$$a_1\,(db_1 - b_1) = 1$$

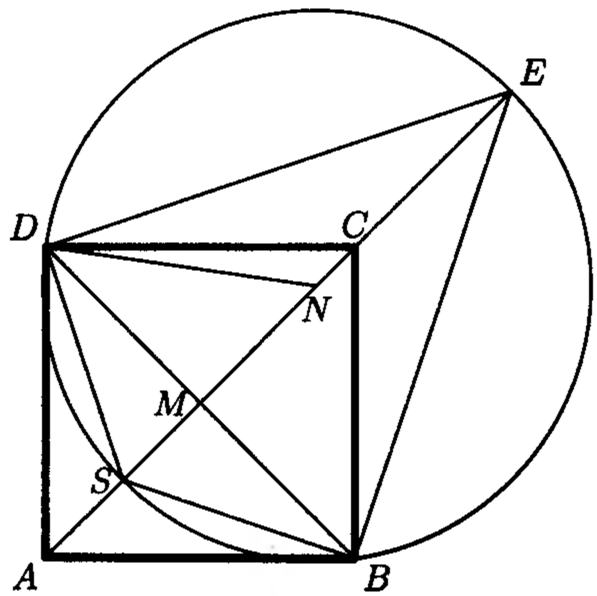
što je očigledno moguće samo ako je $a_1 = 1$. Analogno se dokazuje i da je $b_1 = 1$ pa je $a = b = d$ i zbog $da_1b_1 = 1 + a_1b_1$ imamo

$$d = 1 + 1 = 2$$

Dakle, jedino rješenje date jednakosti u skupu prirodnih brojeva je $a = b = 2$.

Zadatak 4. Tačka M je presječna tačka dijagonala kvadrata $ABCD$. Tačka E je simetrična tački M u odnosu na tačku C (tj. E je tačka na produžetku MC, preko vrha C, tako da je $CE = CM$). Sa S označimo tačku u kojoj krug opisan oko trougla BDE siječe dijagonalu AC i $S \neq E$. Dokazati da je S sredina segmenta AM.

Rješenje 1. Neka je dužina stranice kvadrata jednaka a. Tada je $AC = a\sqrt{2} = ME$. Iz pravouglog trougla EMB lagano računamo $BE = \sqrt{\frac{5}{2}}a$. Kako je DBE očigledno jednakokraki to je i $DE = \sqrt{\frac{5}{2}}a$. Centar opisane kružnice trougla EDB leži na simetrali stranice DB a kako je ME simetrala stranice DB to slijedi da je ES prečnik pomenute kružnice i on je jednak (po formuli $2R = \frac{abc}{2P}$)



$$\frac{\sqrt{\frac{5}{2}}a \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}a \cdot a\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{5}{4}a\sqrt{2}$$

pa sada imamo

$$AS = AE - ES = \frac{3}{2}a\sqrt{2} - \frac{5}{4}a\sqrt{2} = \frac{1}{4}a\sqrt{2} = \frac{AM}{2}$$

a iz posljednje jednakosti direktno slijedi da je S sredina segmenta AM.

Rješenje 2. Analogno kao u prvom rješenju zaključimo da je ES prečnik kružnice opisane oko trougla BDE pa je $\angle SBE = 90°$. Iz toga slijedi da su pravougli trouglovi BME i BMS slični odakle nalazimo

$$\frac{MB}{MS} = \frac{ME}{MB}$$

a odavdje je

$$MS = \frac{MB^2}{ME} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{AM}{2}$$

odakle direktno slijedi da je S sredina segmenta AM.

ČETVRTI RAZRED

Zadatak 1. Tri broja, čiji je zbir 93, čine geometrijski niz. Njih možemo, također, posmatrati i kao prvi, drugi i sedmi član aritmetičkog niza. Naći te brojeve.

Rješenje: Prema uvjetu zadatka je $a_1 = b_1$, $a_2 = b_1 \cdot q$ i $a_7 = b_1 \cdot q^2$. Odavde imamo

$$d = a_2 - a_1 = b_1 (q - 1)$$
$$6d = a_2 - a_1 = b_1 \left(q^2 - 1\right)$$

Množeći prvu jednakost sa 6 dobijamo da je

$$6d = 6b_1 (q - 1) = b_1 \left(q^2 - 1\right)$$

Jasno je da je $b_1 \neq 0$ jer bi u suprotnom imali $a_1 = a_2 = a_7 = 0$ što je u suprotnosti sa $a_1 + a_2 + a_7 = 93$, pa nakon dijeljenja sa b_1 iz gornje jednakosti imamo

$$6 (q - 1) = q^2 - 1$$

odakle je

$$(q - 1) (q - 5) = 0$$

pa je $q = 1$ ili $q = 5$.
Iz uvjeta $b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 93$ dobijamo $b_1 = 3$ za $q = 5$ ili $b_1 = 31$ za $q = 1$.
Konačno dolazimo do trojki

$$(a_1, a_2, a_3) = \{(3, 15, 75), (31, 31, 31)\}$$

koje su rješenja (lagano se provjerava) datog problema.

Zadatak 2. Ako su a, b, c pozitivni realni brojevi čiji je proizvod jednak 1 dokazati da vrijedi nejednakost

$$2\left(a^2+b^2+c^2\right)+a+b+c \geq 6+ab+bc+ca$$

Kada se dostiže znak jednakosti?

Rješenje: Na osnovu nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine je

$$a^2+b^2+c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=3$$

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}=3$$

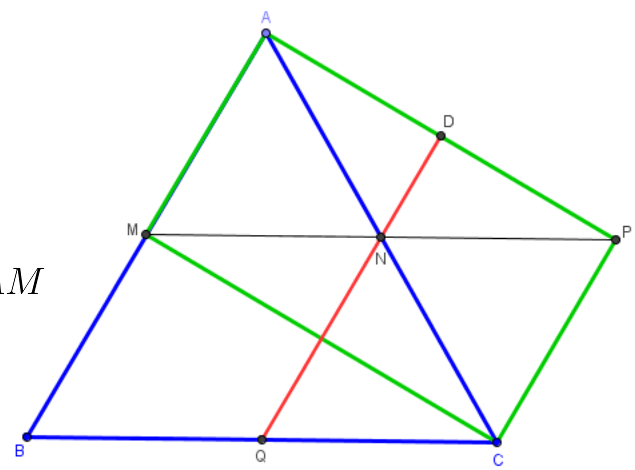
Poznato nam je da je $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$ a jedan od načina da se ovo dokaže je (ponovo koristimo nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine)

$$a^2+b^2+c^2=\frac{a^2+b^2}{2}+\frac{b^2+c^2}{2}+\frac{c^2+a^2}{2} \geq$$
$$\frac{2\sqrt{a^2b^2}}{2}+\frac{2\sqrt{b^2c^2}}{2}+\frac{2\sqrt{c^2a^2}}{2}=ab+bc+ca$$

Sabirajući gornje tri nejednakosti dobijamo traženu nejednakost.
Da bi se dostigao znak jednakosti mora, zbog primijenjene nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine, biti $a=b=c=1$ i nije teško provjeriti da se za ovu trojku zaista dostiže znak jednakosti.

Zadatak 3. Neka je M sredina stranice AB a N sredina stranice AC jednakostraničnog trougla ABC. Na produžetku duži MN preko vrha N uzeta je tačka P takva da je $MN = NP$ (dakle N je sredina duži MP). Neka je D podnožje normale iz tačke N na AP a Q presječna tačka pravih ND i BC. Dokazati:
a) $PA \perp AB$
b) $DQ = \frac{3}{4}BC$

Rješenje: a) Neka je dužina stranice trougla ABC jednaka a. Očigledno je MN srednja linija trougla ABC pa je $MN = \frac{a}{2}$. Zbog izbora tačke P je i $NP = \frac{a}{2}$ pa je $AN = NP = \frac{a}{2}$ tj. trougao ANP je jednakokraki. Kako je $MN \parallel BC$ to je $\angle MNA = \angle BCA = 60°$ pa je $\angle ANP = 120°$. Iz ovoga slijedi da je u jednakokrakom trouglu ANP $\angle NAP = 30°$. (Ovo se moglo dokazati i na sljedeći način: Budući da se u četverouglu $MAPC$ dijagonale polove to je on paralelogram pa je $\angle CAP = \angle ACM = 30°$)
Sada računamo



$$\angle PAB = \angle PAM = \angle PAN + \angle NAM$$
$$= 30° + 60° = 90°$$

tj. $PA \perp AB$.
b) Trougao ADN je polovina jednakostraničnog trougla pa je

$$DN = \frac{AN}{2} = \frac{a}{4}$$

a kako su QD i BA okomite na AP to je $QD \parallel AB$ pa je $NQ \parallel AB$ i imamo da je N sredina od AC pa je NQ srednja linija trougla ABC što implicira da je

$$NQ = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

Sada imamo

$$DQ = DN + NQ = \frac{a}{4} + \frac{a}{2} = \frac{3}{4}a = \frac{3}{4}BC$$

Zadatak 4. U skupu prostih brojeva riješiti jednačinu

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + p_6^2$$

Rješenje: Lagano je provjeriti da za prozivoljan prirodan broj x vrijedi $x^2 \equiv 0 \pmod 3$ ako je $x \equiv 0 \pmod 3$ i $x^2 \equiv 1 \pmod 3$ ako je $x \equiv 1 \pmod 3$ ili $x \equiv 2 \pmod 3$. Dakle kvadrat nikada ne može davati ostatak 2 pri dijeljenju sa 3. Ukoliko pretpostavimo da niti jedan od brojeva $p_2, \ldots, p_6$ nije djeljiv sa 3 tada je

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + p_6^2 \equiv 5 \equiv 2 \pmod 3$$

što je zbog prethodnog razmatranja nemoguće odakle slijedi da je bar jedan od pomenutih brojeva djeljiv sa 3 i budući da je riječ o prostim brojevima to on mora biti jednak 3. Bez narušavanja opštosti možemo uzeti da je $p_6 = 3$ i sada dolazimo do jednačine

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + 9$$

Ako je x neparan broj tada je $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ i kako je ovo proizvod dva uzastopna parna broja to je on djeljiv sa 8 tj. ako je x neparan broj tada je $x^2 \equiv 1 \pmod 8$. Stoga, ukoliko su svi brojevi $p_2, \ldots, p_5$ neparni tada je svaki od njihovih kvadrata kongruentan 1 po modulu 8 pa imamo

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + 9 \equiv 4 + 9 \equiv 13 \equiv 5 \pmod 8$$

što je u kontradikciji sa $p_1^2 \equiv 1 \pmod 8$ (broj p_1 očigledno je veći od 2 pa je samim tim neparan i stoga je njegov kvadrat kongruentan 1 modulo 8).

Dakle barem jedan od brojeva $p_2, \ldots, p_5$ mora biti paran i neka je to bez narušavanja opštosti broj p_5. Tada je $p_5 = 2$ (jer je p_5 prost).Sada imamo jednakost

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + 13$$

Primijetimo da sva tri broja p_2, p_3, p_4 ne mogu biti neparni jer bi tada desna strana bila paran a lijeva neparan broj pa je bar jedan od ovih brojeva paran i neka je to (ponovo bez narušavanja opštosti) broj p_4. Analogno kao maloprije mora biti $p_4 = 2$ pa dolazimo do jednakosti

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + 17$$

Ako pretpostavimo da su oba p_2 i p_3 neparni tada je

$$p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + 17 \equiv 1 + 1 + 17 = 19 \equiv 3 \pmod 8$$

što je nemoguće pa mora biti barem jedan od njih paran i neka je to bez narušavanja opštosti broj p_3. Tada je $p_3 = 2$ i imamo

$$p_1^2 = p_2^2 + 21$$

i kako je lijeva strana neparan broj to p_2 mora biti paran pa je $p_2 = 2$ i $p_1^2 = 4 + 21 = 25 \;\Rightarrow\; p_1 = 5$.
Konačno, zaključujemo da su sva rješenja date jednačine

$$(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6) = (5, 2, 2, 2, 2, 3)$$

i sve permuatacije ove šestorke u kojima 5 ostaje na prvom mjestu.

PRVI RAZREDI:

šifra	Ime takmičara	Škola	Br. Bod.	Mjesto
130	**Arnaut Mirza**	***JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA***	**38**	**1**
129	**Nukić Selma**	***JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA***	**38**	**1**
140	**Nurkanović Ajla**	***JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA***	**30**	**2**
133	**Dedić Muhamed**	***JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA***	**26**	**3**
113	**Omerbegović Belma**	***JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA***	**25**	**4**
116	**Babić Belma**	***JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA***	**24**	**5**
145	Čizmić Adis	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	23	6
114	Muminović Emina	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	22	7
110	Mamić Azra	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	22	7
108	Oštraković Mirsad	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	22	7
156	Jukić Džemal	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	21	8
154	Gušić Seid	*JU MS GRAĐEVINSKO-GEODETSKA ŠKOLA TUZLA*	21	8
160	Dumonjić Anela	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	20	9
155	Bajić Adnan	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	20	9
127	Iljazović Ina	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	20	9
107	Nakičević Ajdin	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	20	9
139	Nurkanović Semin	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	20	10
159	Tankić Mahira	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	16	11
143	Novalić Tarik	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	16	11
126	Čanić Davor	*JU KŠC „SVETI FRANJO“ TUZLA*	16	11
141	Abdulahović Adnan	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA TEOČAK*	15	12
118	Krdžalić Amina	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	15	12
134	Altumbabić Zlatan	*JU KŠC „SVETI FRANJO“ TUZLA*	14	13
109	Gvozden Amra	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	14	13
122	Bačinović Said	*JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA*	13	14
157	Omerović Aldin	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SAPNA*	12	15
106	Jukan Ajnur	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	12	15
165	Mulić Ermina	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	11	16
151	Jalmanović Neira	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	11	16
142	Mahmutbegović Emina	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	11	16
128	Meša Suljo	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	11	16
125	Hodžić Amir	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	11	16
112	Ramić Amar	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	11	16
102	Halilović Suad	*JU MS ELEKTROMAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	11	16
144	Čajić Senada	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	10	17
136	Bačinović Đulzada	*JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA*	10	17
132	Iličić Renata	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA*	10	17
115	Kovačević Lejla	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	10	17
164	Aljić Amina	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	9	18
161	Osmić Emina	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	8	19
158	Omerbegović Samir	*JU MSŠ ŽIVINICE*	8	19
117	Pejić Ivan	*JU KŠC„SVETI FRANJO“ TUZLA*	8	19
167	Đaković Martina	*JU MS ELEKTROMAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	7	20
135	Halilčević Mirza,	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	7	20
131	Gurdić Azra	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA*	7	20
148	Buljić Emir	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA GRAČANICA*	6	21
120	Mustafić Osman	*JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA*	6	21

124	Eminagić Armin,	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	5	22
166	Voloder Ammar	*JU MS ELEKTROMAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	4	23
153	Čizmić Dženita	*JU MS GRAĐEVINSKO-GEODETSKA ŠKOLA TUZLA*	4	23
150	Kovačević Nermin	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	4	23
137	Kovačević Tarik	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	4	23
123	Hasanbegović Nedim,	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	4	23
119	Pamuković Almedina	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ" GRADAČAC*	4	23
163	Mustafić Mejra	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA GRAČANICA*	3	24
146	Osmanović Kenan	*JU MS EKONOMSKO HEMIJSKA ŠKOLA LUKAVAC*	2	25
105	Jahić Emina	*JU MSŠ ŽIVINICE*	2	25
104	Brčaninović Muris	*JU MSŠ ŽIVINICE*	2	25
101	Glibanović Dino	*JU MS EKONOMSKO HEMIJSKA ŠKOLA LUKAVAC*	2	25
168	Hodžić Refik	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA TEOČAK*	1	
162	Mujanović Ajša	*JU MS TRGOVINSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
152	Božić Tijana	*JU MS ELEKTROMAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	1	
149	Mahmutović Admira	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SAPNA*	1	
147	Građankić Mehdina	*JU MS TRGOVINSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
138	Suad Omerović	*JU MS TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
121	Amir Karanović	*JU MS TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
111	Mahovkić Dženis	*JU MS EKONOMSKO HEMIJSKA ŠKOLA LUKAVAC*	1	
103	Hasić Enes	*JU MS HEMIJSKA ŠKOLA TUZLA*	1	

DRUGI RAZREDI:

šifra	Ime takmičara	Škola	Br. bod.	Mjesto
202	**Halilčević Samir**	***JU GIMNAZIJA ŽIVINICE***	**40**	**1**
254	**Hadžić Irma**	***JU KŠC „SVETI FRANJO" TUZLA***	**32**	**2**
261	**Elamin Mariam**	***JU MEĐUNARODNA SREDNJA ŠKOLA TUZLA***	**27**	**3**
201	**Muratović Amra**	***JU GIMNAZIJA ŽIVINICE***	**24**	**4**
271	**Babović Anela**	***JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ" TUZLA***	**21**	**5**
243	**Jukić Selina**	***JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA***	**21**	**5**
235	Okanović Adnan	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	20	6
270	Isabegović Elvira	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ" TUZLA*	20	7
272	Salihović Ina	*JU MEĐUNARODNA SREDNJA ŠKOLA TUZLA*	17	8
231	Omerović Semir	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	16	9
250	Džananaović Lejla	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	15	10
252	Mumić Seid	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA*	14	11
266	Jašić Elmedin	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	13	12
247	Ajanović Benjamin	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ" GRADAČAC*	13	12
205	Malagić Belma	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	13	12
245	Novalić Jasmin	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ" GRADAČAC*	12	13
227	Hrnjičić Melika	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	11	14
268	Kikanović Ena	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ" TUZLA*	10	15
206	Kuralić Haris	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	10	15
249	Mustajbašić Džemo	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	9	16
251	Šećić Jasmin	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	8	17
244	Šutić Samra	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	8	17
233	Hodžić Lejla	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	7	18
230	Sinanović Zlatan	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	7	18
262	Fazlić Iman	*JU KŠC „SVETI FRANJO" TUZLA*	6	19
242	Babić Zejna	*JU SŠ "DOBOJ-ISTOK" BRIJESNICA VELIKA*	6	19
211	Jahić Anela	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	6	19
241	Turić Selma	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	5	20
232	Muratović Adelisa	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA*	5	20
225	Kolčaković Nihad	*JU MS GRAĐEVINSKO-GEODETSKA ŠKOLA TUZLA*	5	20
221	Hrnjičić Lejla	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	5	20
220	Brkić Amra	*JU MS ELEKTRO-MAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	5	20
218	Fazlić Adela	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	5	20
210	Nurić Kenan	*JU MS MAŠINSKA TEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	5	20
222	Mahmutović Ajdin	*JU MS ELEKTRO-MAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	4	21
207	Muminhodžić Amina	*JU SREDNJA MEDICINSKA ŠKOLA TUZLA*	4	21
204	Kujuković Nusret	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA ŽIVINICE*	4	21
255	Krdžalić Kanita	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	3	22
239	Bijelić Omer	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ" GRADAČAC*	3	22
229	Arnautović Asja	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	3	22
224	Čaušević Safet	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA ŽIVINICE*	3	22
214	Fočaković Belmin	*JU MS RUDARSKA ŠKOLA TUZLA*	3	22
269	Sukanović Semra	*JU MEĐUNARODNA SREDNJA ŠKOLA TUZLA*	2	23
267	Halilović Amer	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	2	23
260	Smajić Tarik	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA*	2	23
257	Džanić Mustafa	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	2	23
253	Harčinović Amila	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	2	23

246	Šaran Mario	*JU KŠC „SVETI FRANJO“ TUZLA*	2	23
237	Alić Enid	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	2	23
236	Klapić Namik	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	2	23
228	Arnautović Nehra	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	2	23
223	Šarić Ramo	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA ŽIVINICE*	2	23
219	Divković Marko	*JU MS RUDARSKA ŠKOLA TUZLA*	2	23
217	Hrvić Emina	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	2	23
216	Hodžić Edina	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	2	23
215	Osmanović Adin	*JU MS ELEKTRO-MAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	2	23
209	Đulović Ilma	*JU MS HEMIJSKA ŠKOLA TUZLA*	2	23
264	Belma Krajinović	*JU MS ŠKOLA TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA*	1	24
259	Fazlić Šaban	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC*	1	24
256	Sagdati Ahmed	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	1	24
248	Omerović Almedin	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SAPNA*	1	24
240	Šahović Maida	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	1	24
238	Haskić Fatima	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC*	1	24
234	Memić Dženita	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SAPNA*	1	24
226	Mahmutbegović Nezir	*JU MS HEMIJSKA ŠKOLA TUZLA*	1	24
208	Selimović Adnan	*JU MS GRAĐEVINSKO-GEODETSKA ŠKOLA TUZLA*	1	24
265	Belmina Muratović	*JU MS ŠKOLA TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA*	1	
263	Zehić Haris	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC*	1	
258	Šaldić Ferida	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC*	1	
213	Pejić Vedran	*JU MS ELEKTRO-MAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	1	
212	Avdihodžić Nedim	*JU MS RUDARSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
203	Jusufović Almedina	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA ŽIVINICE*	1	

TREĆI RAZREDI:

šifra	Ime takmičara	Škola	Br. Bod.	Mjesto
310	**Pejić Mladen**	***JU KŠC „SVETI FRANJO“ TUZLA***	**39**	**1**
322	**Ibrić Adnan**	***JU GIMNAZIJA LUKAVAC***	**32**	**2**
311	**Kulić Medina**	***JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA***	**28**	**3**
323	**Omić Merima**	***JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC***	**21**	**4**
320	**Delić Sulejman**	***JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA***	**20**	**5**
308	Brčaninović Amila	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	13	6
307	Hasanović Mirza	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	13	6
306	Mulahalilović Amila	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	13	6
305	Omerčić Anida	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	13	6
326	Mamić Hanifa	*JU GIMNAZIJA ŽIVINICE*	10	7
321	Gvozden Amir	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	10	7
315	Bošnjić Benjamin	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	10	7
302	Sinanović Fatima	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	9	8
324	Almedina Hamzić	*JU MS GRAĐEVINSKO-GEODETSKA ŠKOLA TUZLA*	8	9
319	Isaković Salko	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA*	8	9
303	Mustafić Edvina	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA*	8	9
329	Jamaković Majda	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI*	6	10
318	Muratović Fehro	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	5	11
304	Nurić Nermin	*JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA*	4	12
332	Lušničkić Almir	*JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC*	3	13
317	Rešidović Dženita	*JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK*	3	13
313	Hrvić Menisa	*JU GIMNAZIJA LUKAVAC*	3	13
312	Smajlović Sabina	*JU GIMNAZIJA „ ISMET MUJEZINOVIĆ“ TUZLA*	3	13
314	Tabučić Amar	*BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA*	2	14
333	Zenunović Irma	*JU GIMNAZIJA „MEŠA SELIMOVIĆ“ TUZLA*	1	15
331	Bektić Sejdalija	*JU MS ELEKTROMAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC*	1	15
330	Prelić Aldin	*JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA*	1	15
328	Babić Nedim	*JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA*	1	15
325	Lika Alen	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	1	15
309	Imamović Emina	*JU GIMNAZIJA „MUSTAFA NOVALIĆ“ GRADAČAC*	1	15
327	Gavranović Senada	*JU MJEŠOVITA SREDNJA RUDARSKA ŠKOLA TUZLA*	1	
316	Merima Ćelahmetović	*JU MS ŠKOLA TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA*	1	
301	Amina Turković	*JU MS ŠKOLA TURISTIČKO UGOSTITELJSKA ŠKOLA*	1	

ČETVRTI RAZREDI:

Šifra	Ime takmičara	Škola	Br. Bod.	Mjesto
403	**Čilašević Muhamed**	**JU GIMNAZIJA "MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA**	**40**	**1**
410	**Husić Edin**	**JU GIMNAZIJA "MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA**	**38**	**2**
417	**Suljić Edmir**	**JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK**	**34**	**3**
405	**Matičević Robert**	**JU KŠC „SVETI FRANJO“ TUZLA**	**33**	**4**
402	**Ibrakić Almedin**	**JU MS ELEKTRO-MAŠINSKA ŠKOLA LUKAVAC**	**33**	**4**
427	**Smajlović Haris**	**JU GIMNAZIJA "MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA**	**31**	**5**
407	Hodžić Nudžejma	JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA	30	6
426	Nurikić Almin	JU GIMNAZIJA "MEŠA SELIMOVIĆ" TUZLA	23	7
406	Jagodić Amira	JU GIMNAZIJA ŽIVINICE	22	8
401	Džanić Ademir	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK	22	8
428	Delić Haris	JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA	19	9
418	Dedić Edin	JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA	19	9
425	Gazetić Elma	JU GIMNAZIJA "ISMET MUJEZINOVIĆ" TUZLA	14	10
420	Mekić Nusmir	JU GIMNAZIJA "ISMET MUJEZINOVIĆ" TUZLA	13	11
416	Goletić Lejla	JU GIMNAZIJA ŽIVINICE	13	11
409	Lipjankić Amer	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA SREBRENIK	11	12
422	Čičkušić Zerina	BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA	9	
412	Kasumović Majda	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI	9	
429	Salihović Mirnes	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA GRAČANICA	8	
408	Ferhatbegović Bahrija	JU GIMNAZIJA ŽIVINICE	8	
404	Džinić Adnan	JU GIMNAZIJA «DR. MUSTAFA KAMARIĆ» GRAČANICA	7	
424	Hasić Amir	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA GRAČANICA	2	
419	Salihović Admir	JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA	2	
414	Gobeljić Jasmin	BEHRAMBEGOVA MEDRESA TUZLA	2	
421	Smajlović Sanela	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA BANOVIĆI	1	
413	Dedić Mirald	JU MS ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA TUZLA	1	
423	Babajić Ahmo	JU MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA GRAČANICA	1	
415	Taletović Mujo	JU MS ŠKOLA „HASAN KIKIĆ“ GRADAČAC	1	
411	Skopljak Dženana	JU MS ŠKOLA DOBOJ ISTOK BRIJESNICA VELIKA	1	