PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

VI/9 i V/8 razred

1. Uporediti po veličini razlomke: $\frac{65}{2014}$ i $\frac{7}{145}$.

2. Odrediti razlomak koji je jednak razlomku $\frac{19}{34}$ i kod koga je zbir broj-nika i nazivnika jednak 2014.

3. Koliko iznosi ugao koji zaklapaju kazaljke na satu u trenutku kada pokazuju vrijeme od 3h i 15 minuta?

4. Na pravoj su date tačke A, B, C i D, redom. Tačke M i N su središta duži AB i BC. Izračunaj dužinu duži CD ako je $AD = 32cm$, a dužina duži $MN = 1,5dm$?

5. Azur je rješavao zadatke iz matematike od ponedeljka do subote. Riješio je ukupno 246 zadataka i to na način da je svaki slijedeći dan riješio 4 zadatka više nego dan prije. Koliko je zadataka riješio u srijedu?

****

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

RJEŠENJA:

1. Vrijedi $\frac{65}{2014} = \frac{65 \cdot 7}{2014 \cdot 7} = \frac{455}{14098}$, $\quad \frac{7}{145} = \frac{7 \cdot 65}{145 \cdot 65} = \frac{455}{9425}$.

   Kako je $\frac{455}{14098} < \frac{455}{9425}$ slijedi $\frac{65}{2014} < \frac{7}{145}$.

2. Traženi razlomak je oblika $\frac{19k}{34k}$, gdje je $k \in \mathbb{N}$. Prema uvjetu zadatka je $19k+34k = 2014$, odnosno $53k = 2014$, odakle je $k = 38$. Dakle, traženi razlomak je

$$\frac{19 \cdot 38}{34 \cdot 38} = \frac{722}{1292}.$$

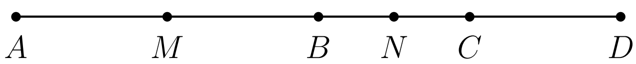
3. Poznato nam je za 12 sati, velika kazaljka opiše puni krug, a mala to uradi 12 puta. Dakle, kretanju male kazaljke za $1h = 60' \to 360°$.

   Mala kazaljaka

$$12h \to 360°, 1h = 60min \to 360° : 12 = 30°, 1min \to 30° : 60 = 0,5°,$$

   pa $15min$ $15 \cdot 0,5° = 7,5°$.

4. Ako označimo $MB = a$ i $BN = b$, tada je $MN = a + b = 1,5dm = 15cm$. Kako je $AB = 2a$ i $BC = 2b$, to je $AC = 2a + 2b = 2(a + b) = 30cm$. Dakle, $CD = AD - AC = 32 - 30 = 2cm$.



5. Neka je Azur riješio x zadataka u ponedeljak. Iz uslova zadtka imamo da je za 6 dana (ponedeljak x, utorak, $x+4$, srijeda $x+8$, četvrtak $x+12$, petak, $x+16$ i suboti $x+20$) riješio 246 zadataka. Dobijemo jednačinu $x+x+4+x+8+x+12+x+16+x+20 = 246$, odnosno, $6x + 60 = 246$, tj. $6x = 186$, odakle je $x = 31$. Dakle, u srijedu je Azur riješio $x + 8$, tj. 39 zadataka.

PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

VII/9 i VI/8 razred

1. Izračunati vrijednost izraza:

$$\left[\left(6\frac{3}{7}-\frac{0,75\cdot 4-2}{0,35}\right)\cdot 2,8+1,75\right]:0,05\ .$$

2. Razlika dva ugla sa paralelnim kracima jednaka je polovini manjeg od njih. Izračunati mjeru manjeg ugla.

3. Umnožak (proizvod) tri uzastopna parna broja je 1680. Koji su to brojevi?

4. Zgrada ima tri sprata. Na drugom i trećem spratu živi 20 stanara, a na prvom i drugom zajedno živi 22 stanara. Koliko stanara živi na svakom spratu, ako je broj osoba na drugom spratu jednak ukupnom broju stanara na prvom i trećem spratu?

5. Dat je jednakokraki pravougli trougao $\triangle ABC$ sa pravim uglom u vrhu C. Nad katetom BC nacrtati jednakostranični trougao $\triangle BCD$. Izračunati veličinu ugla $\measuredangle ADB$.

****

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

RJEŠENJA:

1. Koristeći pravila za upotrebu zagrada i redoslijed izvršavanja računskih operacija, imamo

$$\left[\left(6\frac{3}{7}-\frac{0,75\cdot 4-2}{0,35}\right)\cdot 2,8+1,75\right]:0,05=$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\left(\frac{45}{7}-\frac{3-2}{0,35}\right)\cdot 2,8+1,75\right]:0,05\\
&= \left[\left(\frac{45}{7}-\frac{100}{35}\right)\cdot 2,8+1,75\right]:0,05\\
&= \left[\frac{125}{35}\cdot\frac{28}{10}+1,75\right]:0,05=[10+1,75]:0,05\\
&= 11,75:0,05=1175:5=235.
\end{aligned}$$

2. Neka su α i β dati uglovi sa paralelnim kracima i neka je α manji od njih. Kako, iz uslova zadatka, α i β nisu jednaki, α i β su suplementni, to jeste važi $\beta=180^\circ-\alpha$.

   Iz uslova zadatka $\beta-\alpha=\dfrac{\alpha}{2}$, tj. $(180^\circ-\alpha)-\alpha=\dfrac{\alpha}{2}$, odnosno $\dfrac{5\alpha}{2}=180^\circ$, tj. $\alpha=72^\circ$. Dakle, $\beta=108^\circ$.

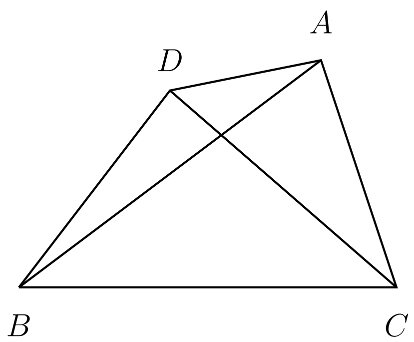
3. Od tri uzastopna parna broja jedan je sigurno djeljiv sa 4, a drugi sa 3, pa je umnožak djeljiv sa $2\cdot 2\cdot 4\cdot 3=48$. Naime, $1680:48=35$, te je $35:6=7$, pa imamo

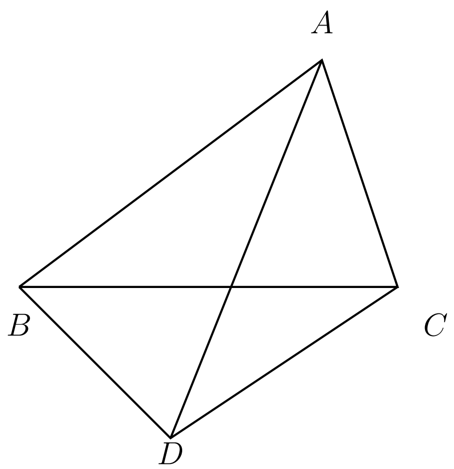
$$1680=35\cdot 48=5\cdot 7\cdot 12\cdot 4=5\cdot 7\cdot 12\cdot 2\cdot 2=10\cdot 12\cdot 14.$$

   Dakle, traženi brojevi su $10,12,14$.

4. Neka je broj stanara na I spratu - x, na II- y i na III - z. Iz uslova zadatka imamo: $y+z=20, x+y=22$ i $y=x+z\Rightarrow z=20-y$ i $x=22-y$, pa uvrštavanjem u treću jednačinu dobijamo: $3y=42$, tj. $y=14$, pa je $x=8$ i $z=6$. Dakle, na na I spratu je živjelo 8, na II- 14 i na III - 6 stanara.

5. Sa slika je vidljivo da imamo dva slučaja.





(a) Očito je $\sphericalangle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Kako je duž $CD = CA$ slijedi da je trougao ADC jednakokraki trougao, pa je $\sphericalangle CAD = \sphericalangle CDA = 75^\circ$, a zbog $\sphericalangle CDB = 60^\circ$ (trougao BDC jednakostranični) slijedi $\sphericalangle ADB = \sphericalangle CDA + \sphericalangle CDB = 75^\circ + 60^\circ = 135^\circ$.

(b) Očito je $\sphericalangle ACD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. Kako je duž $CD = CA$ slijedi da je trougao ADC jednakokraki trougao, pa je $\sphericalangle CAD = \sphericalangle CDA = 15^\circ$, a zbog $\sphericalangle CDB = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle ADB = \sphericalangle CDB - \sphericalangle CDA = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$.

PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

VIII/9 i VII/8 razred

1. Odrediti x iz proporcije (razmjere):

$$\left(\frac{31}{3}+\frac{12}{5}:4,5\right):\left(\frac{4}{5}:0,2+\frac{2}{1,2}\right)=(5x):\left(\frac{172}{6}+\frac{19}{3}\right).$$

2. Dat je jednakokraki trougao $\triangle ABC$. Dužina visine iz vrha C na osnovicu AB je $6cm$. Kolike su stranice tog trougla ako mu je obim $20cm$?

3. Cijena televizora se prvo povećala za 20%, zatim se smanjila za 10%, pa opet povećala za 30% i sada iznosi 702 KM. Kolika je prvobitna cijena televizora?

4. Razlika, zbir (zbroj) i proizvod (umnožak) dva broja odnose se kao 1 : 7 : 24. Koji su to brojevi?

5. Ako a, b, c označavaju različite cifre (znamenke), odrediti ih tako da vrijedi jednakost

$$\overline{ccb}\cdot b=\overline{ab5b}\ .$$

****

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

VIII/9 i VII/8 razred
RJEŠENJA ZADATAKA

1. Odrediti x iz proporcije (razmjere):

$$\left(\frac{31}{3}+\frac{12}{5}:4,5\right):\left(\frac{4}{5}:0,2+\frac{2}{1,2}\right)=(5x):\left(\frac{172}{6}+\frac{19}{3}\right).$$

Rješenje: Prvo sredimo izraze u zagradama:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{31}{3}+\frac{12}{5}:\frac{9}{2}\right) &: \left(\frac{4}{5}:\frac{2}{10}+\frac{20}{12}\right)=(5x):\left(\frac{172+38}{6}\right)\\
\left(\frac{31}{3}+\frac{12}{5}\cdot\frac{2}{9}\right) &: \left(\frac{4}{5}\cdot\frac{10}{2}+\frac{5}{3}\right)=(5x):\left(\frac{210}{6}\right)\\
\left(\frac{31}{3}+\frac{8}{15}\right) &: \left(4+\frac{5}{3}\right)=(5x):(35)\\
\frac{155+8}{15} &: \frac{17}{3}=(5x):(35)\,,
\end{aligned}$$

a odavde se dobije

$$35\cdot\frac{163}{15}=5x\cdot\frac{17}{3},$$

odnosno

$$\frac{1141}{3}=\frac{85x}{3},$$

tj.

$$x=\frac{1141}{85}.$$

2. Dat je jednakokraki trougao $\triangle ABC$. Dužina visine iz vrha C na osnovicu AB je $6cm$. Kolike su stranice tog trougla ako mu je obim $20cm$?

Rješenje: U pravouglom trouglu $\triangle AC'C$ (gdje je C' podnožje visine iz vrha C na stranici AB, uzimajući da je dužina kraka b, a dužina osnovice a), prema Pitagorinoj teoremi, imamo

$$b^2=\frac{a^2}{4}+36. \tag{1}$$

Obim trougla je

$$a + 2b = 20,$$

odakle je $a = 20 - 2b$, pa zamjenom u (1), dobijamo

$$\begin{aligned} b^2 &= \frac{(20-2b)^2}{4} + 36 \Leftrightarrow b^2 = \frac{400 - 80b + 4b^2}{4} + 36 \\ &\Leftrightarrow b^2 = 100 - 20b + b^2 + 36 \Leftrightarrow 20b = 136 \\ &\Leftrightarrow b = \frac{136}{20} = 6,8 \quad (cm), \end{aligned}$$

te je

$$a = 20 - 2 \cdot 6,8 = 6,4 \quad (cm).$$

3. Cijena televizora se prvo povećala za 20%, zatim se smanjila za 10%, pa opet povećala za 30% i sada iznosi 702 KM. Kolika je prvobitna cijena televizora?

Rješenje: Neka je x prvobitna cijena televizora. Tada imamo:

- I promjena cijene (+20%): $x + \frac{20}{100}x = 1,2x$
- II promjena cijene (−10%): $1,2x - \frac{10}{100} \cdot 1,2x = 1,08x$
- III promjena cijene (+30%): $1,08x + \frac{30}{100} \cdot 1,08x = 1,404x$

Sadašnja cijena televizora je $1,404x$, a to je $702KM$, tj.

$$1,404x = 702 \Rightarrow x = \frac{702}{1,404} = 500 \qquad (KM).$$

Dakle, prvobitna cijena televizora je $500KM$.

4. Razlika, zbir (zbroj) i proizvod (umnožak) dva broja odnose se kao 1 : 7 : 24. Koji su to brojevi?

Rješenje: Neka su traženi brojevi x i y. Prema uvjetima zadatka imamo:

$$(x - y) : (x + y) : xy = 1 : 7 : 24,$$

odnosno da je

$$x - y = k, \quad x + y = 7k, \quad xy = 24k \quad (k \neq 0).$$

Iz prve jednadžbe je $x = y + k$, pa zamjenom u drugoj dobijemo

$$\begin{aligned} y + k + y &= 7k \Rightarrow 2y = 6k \Rightarrow y = 3k \\ &\Rightarrow x = y + k = 3k + k = 4k. \end{aligned}$$

Zbog toga je

$$xy = 24k \Leftrightarrow 4k \cdot 3k = 24k \Leftrightarrow k^2 = 2k.$$

Jedno rješenje posljednje jednadžbe je $k = 0$, koje ne dolazi u obzir, jer je $k \neq 0$. Dakle, ta se jednadžba smije skratiti sa k, pa imamo da je $k = 2$. Tada je

$$x = 8, y = 6 \qquad (x - y = 2, x + y = 14 \text{ i } xy = 28).$$

5. Ako a, b, c označavaju različite cifre (znamenke), odrediti ih tako da vrijedi jednakost

$$\overline{ccb} \cdot b = \overline{ab5b}\ .$$

Rješenje: Uočimo da cifre a i c ne mogu biti 0. Također, pažljivim promatranjem lijeve strane vidimo da se pri množenju trocifrenog broja $\overline{ccb}$ sa b prvo pomnoži cifra b sa samom sobom, a na desnoj strani se vidi da se $b \cdot b$ završava sa b (kao i broj $\overline{ab5b}$). Jedino brojevi $1, 5$ i 6 pri množenju sa samim sobom imaju kao završnu cifru isti taj broj.

Broj $1 = b$ ne dolazi u obzir, jer bi tada ispalo da je trocifreni broj $\overline{cc1}$ jednak četvorocifrenom broju $\overline{a151}$ (nemoguće!).

a) Pretpostavimo da je $b = 5$. Tada bismo imali

$$\overline{cc5} \cdot 5 = \overline{a555}.$$

Pri množenju na lijevoj strani, vidimo da iz $5 \cdot 5 = 25$, na desnoj strani smo kao posljednju cifru zapisali 5 i pri tome "pamtili" 2. Zatim množimo 5 i c, tj. $5c$ i dodamo 2, tj. $5c + 2$ i on se mora završiti pretposljednjom cifrom na desnoj strani, dakle, sa 5.

Iz toga slijedi da se broj $5c$ završava cifrom 3, što je nemoguće (mora se završiti sa 0 ili sa 5, jer je to broj djeljiv sa 5).

Dakle, ne može biti $b = 5$.

b) Pretpostavimo sada da je $b = 6$. Tada bismo imali

$$\overline{cc6} \cdot 6 = \overline{a656}.$$

Analogno zaključujemo da se $6c + 3$ mora završiti cifrom 5, odnosno $6c$ se mora završiti cifrom 2, što znači da je $c = 2$ ili $c = 7$. Očito (neposrednom provjerom) $c = 2$ ne dolazi u obzir, a $c = 7$ dolazi, kada je i $a = 4$.

Dakle, $a = 4, b = 6, c = 7$.

Napomena: Zadatak se mogao riješiti i direktnim provjeravanjem svih mogućnosti za cifre a, b, c.

PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

IX/9 i VIII/8 razred

1. Dokazati da je izraz

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$$

racionalan broj. (Uputa: izračunajte vrijednost izraza.)

2. Ako se brojnik nekog razlomka poveća za 3, a nazivnik smanji za 2, dobije se 2. Ali, ukoliko se brojnik istog razlomka smanji za 2, a nazivnik poveća za 3, dobije se $\frac{1}{3}$. Koji je to razlomak?

3. Osnovica (baza) kvadra je kvadrat, a visina kvadra je $10cm$. Ako se ivica koja odgovara bazi kvadra, tj. stranica baze kvadra poveća za $3cm$, zapremina kvadra se poveća za $210cm^3$. Izračunati površinu i zapreminu kvadra (prije povećanja bazne ivice).

4. U trouglu $\triangle ABC$ mjerni brojevi dužina svih stranica su prirodni brojevi, a dužina najmanje stranice je $2cm$. Izračunati dužine preostalih stranica trougla ako je $h_c = h_b + h_a$.

5. Da li je moguće od bilo kojih 2014 prirodnih brojeva izabrati 35 tako da razlika između svaka dva od njih bude djeljiva sa 59?

****

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.
Izrada zadataka traje 120 minuta.

Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE
Poljice, 05.04.2014. godine

IX/9 i VIII/8 razred
RJEŠENJA ZADATAKA

1. Dokazati da je izraz

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$$

racionalan broj. (Uputa: izračunajte vrijednost izraza.)

Rješenje: Dati izraz se može napisati u obliku (nakon što smo uočili mogućnost primjene razlike kvadrata):

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right) \\ = & \left(\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right)\left(\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right) \\ = & (5-3)(7-5)=4 \end{aligned}$$

a to je racionalan broj.

2. Ako se brojnik nekog razlomka poveća za 3, a nazivnik smanji za 2, dobije se 2. Ali, ukoliko se brojnik istog razlomka smanji za 2, a nazivnik poveća za 3, dobije se $\frac{1}{3}$. Koji je to razlomak?

Rješenje: Neka je traženi razlomak $\frac{x}{y}$. Prema uvjetima zadatka imamo:

$$\frac{x+3}{y-2}=2 \quad \text{i} \quad \frac{x-2}{y+3}=\frac{1}{3},$$

odakle je:

$$\begin{aligned} x+3 &= 2(y-2) \\ 3(x-2) &= y+3, \end{aligned}$$

odnosno:

$$x=2y-7 \tag{1}$$

i

$$3x = y + 9. \tag{2}$$

Zamjenom (1) u (2), imamo

$$\begin{aligned} 3(2y - 7) &= y + 9 \\ &\Leftrightarrow 6y - 21 = y + 9 \\ &\Leftrightarrow 5y = 30 \\ &\Leftrightarrow y = 6, \end{aligned}$$

pa je

$$x = 2 \cdot 6 - 7 = 5.$$

Dakle, u pitanju je razlomak $\dfrac{5}{6}$.

3. Osnovica (baza) kvadra je kvadrat, a visina kvadra je $10cm$. Ako se ivica koja odgovara bazi kvadra, tj. stranica baze kvadra poveća za $3cm$, zapremina kvadra se poveća za $210cm^3$. Izračunati površinu i zapreminu kvadra (prije povećanja bazne ivice).

Rješenje: Neka je osnovna ivica kvadra a. Tada je zapremina kvadra

$$V = a^2 \cdot 10.$$

Nakon povećanja osnovne ivice a za $3cm$, zapremina kvadra je

$$V_1 = (a + 3)^2 \cdot 10,$$

te prema uvjetima zadatka imamo

$$V_1 = V + 210,$$

odnosno

$$\begin{aligned} (a + 3)^2 \cdot 10 &= a^2 \cdot 10 + 210 \\ &\Leftrightarrow 10a^2 + 60a + 90 = 10a^2 + 210 \\ &\Leftrightarrow 60a = 120 \\ &\Leftrightarrow a = 2 \quad (cm). \end{aligned}$$

Dakle, tražena površina i zapremina kvadra su

$$\begin{aligned} P &= 2a^2 + 4ah = 2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 \cdot 10 = 88 \quad (cm^2) \\ V &= a^2 \cdot 10 = 40 \quad (cm^3). \end{aligned}$$

4. U trouglu $\triangle ABC$ mjerni brojevi dužina svih stranica su prirodni brojevi, a dužina najmanje stranice je $2cm$. Izračunati dužine preostalih stranica trougla ako je $h_c = h_b + h_a$.

Rješenje: Iz formule za površinu trougla:

$$P = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2},$$

gdje su a, b, c stranice trougla $\triangle ABC$, dobijamo

$$h_a = \frac{2P}{a}, h_b = \frac{2P}{b}, h_c = \frac{2P}{c}. \tag{3}$$

Zamjenom (3) u datu relaciju ($h_c = h_b + h_a$), dobijamo

$$\frac{2P}{c} = \frac{2P}{b} + \frac{2P}{a} \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}. \tag{4}$$

Iz (4) je jasno da vrijedi

$$\frac{1}{c} > \frac{1}{a} \Rightarrow c < a$$

i

$$\frac{1}{c} > \frac{1}{b} \Rightarrow c < b,$$

pa zaključujemo da je c najmanja stranica, dakle, $c = 2cm$.

Dakle, vrijedi

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \qquad (a, b \in \mathbb{N}). \tag{5}$$

Jednadžba (5) je diofantska jednadžba i rješava se na sljedeći način:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &= \frac{1}{b} + \frac{1}{a} / \cdot 2ab \\
&\Leftrightarrow ab = 2a + 2b \Leftrightarrow ab - 2a = 2b \\
&\Leftrightarrow a(b-2) = 2b \Leftrightarrow a = \frac{2b}{b-2} \\
&\Leftrightarrow a = \frac{2b - 4 + 4}{b-2} = \frac{2(b-2)}{b-2} + \frac{4}{b-2} = 2 + \frac{4}{b-2}.
\end{aligned}$$

Kako su $a, b \in \mathbb{N}$, to mora biti: $(b-2) \mid 4$. U obzir dolaze sljedeće mogućnosti: $b \in \{3, 4, 6\}$, pa imamo ova rješenja:

$$\begin{aligned}
a &= 6, b = 3; \\
a &= 4, b = 4; \\
a &= 3, b = 6.
\end{aligned}$$

Kako u trouglu vrijedi da je zbir dvije stranice veći od treće, rješenje je samo

$$a = 4, b = 4, c = 2.$$

5. Da li je moguće od bilo kojih 2014 prirodnih brojeva izabrati 35 tako da razlika između svaka dva od njih bude djeljiva sa 59?

Rješenje: Svi prirodni brojevi se mogu podijeliti u 59 klasa, tj. podskupova, prema ostatku pri dijeljenju sa 59 (tj. jednu klasu čine brojevi djeljivi sa 59, drugu brojevi koji pri dijeljenju sa 59 daju ostatak $1, \ldots,$ pedeset devetu klasu čine brojevi koji pri dijeljenju sa 59 daju ostatak 58).

U najgorem slučaju može se dogoditi da u tim klasama imamo podjednak broj elemenata. Zbog činjenice da je

$$2014 = 34 \cdot 59 + 8,$$

jasno je da bar u jednoj od tih klasa uvijek mora biti najmanje 35 elemenata (Dirichletov princip).

Uočimo da je razlika između svaka dva broja jedne klase djeljiva sa 59. Neka je u pitanju klasa sa brojevima koji pri dijeljenju sa 59 daju ostatak $l, 0 \leq l \leq 58$. Neka su k_1 i k_2 brojevi iz te klase. Jasno je da vrijedi

$$\begin{aligned} k_1 &= 59m_1 + l \qquad (m_1 \in \mathbb{N}) \\ k_2 &= 59m_2 + l \qquad (m_2 \in \mathbb{N}). \end{aligned}$$

Tada je: $k_1 - k_2 = 59\,(m_1 - m_2)$, tj. $59/\,(k_1 - k_2)$, čime je dokaz završen.