

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VI razred

1. Odredi cifre a i b tako da je zbir brojeva $\overline{199a}$ i $\overline{b234}$ djeljiv sa 18. Obrazloži.
2. Prave a i b se sijeku i obrazuju četiri ugla (kuta): dva oštra α i γ i dva tupa β i δ .
Odredi te uglove ako je $7 \cdot (\alpha + \gamma) = 5 \cdot (\beta + \delta)$.
3. Doputovalo je 100 turista. Njih 10 nije znalo ni njemački ni francuski jezik, 75 ih je znalo njemački, a 83 su znali francuski jezik. Koliko turista je znalo oba jezika?
4. Ako je $\frac{3x+y}{3y-x} = 2$, odredi vrijednost izraza $\frac{x+3y}{3x-y}$.
5. Ako broju dodamo njegovu četverostruku recipročnu vrijednost, dobijemo proizvod tog broja i njegove četverostruke recipročne vrijednosti. Koji je to broj?

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VII razred

Zadaci:

1. Ibrahim zamisli prirodan broj, zatim Milan udupla njegov broj. Nakon toga Amir utrostruči Milanov broj, zatim Ivan ušestrostruči Amirov broj. Zbir svih ovih brojeva je potpun kvadrat broja koji je zamislio Ibrahim. Koji je broj zamislio Ibrahim?
2. Odrediti sve uređene parove (x,y) cijelih brojeva x i y , takvih da je $x^2 + \frac{6}{y} = 10$.
3. Odredi presjek i uniju skupova cijelih brojeva čiji su elementi rješenja nejednačina:
$$-8\frac{1}{4} < 3x < 5\frac{2}{5} \text{ i } -8\frac{1}{4} < -3x < 5\frac{2}{5}$$
4. Na stranicama AC i AB trougla $\triangle ABC$ date su tačke M i N , tako da vrijedi:
 $\sphericalangle BAC = 2x, \sphericalangle BMC = 5x, \sphericalangle NCB = 6x, \sphericalangle MBC = 5x, \sphericalangle BNC = 4x$.
Dokazati da je trokut $\triangle ABC$ jednakokraki.
5. Na hipotenuzi AB pravouglog trougla ABC date su tačke M i N tako da je $\overline{AM} = \overline{AC}$ i $\overline{BN} = \overline{BC}$. Izračunati ugao $\sphericalangle MCN$.

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

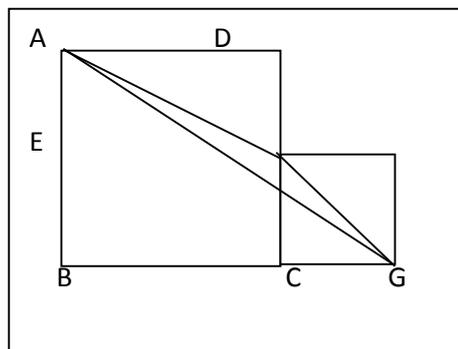
JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VIII razred

Zadaci:

1. Dvanaest radnika urade neki posao za 8 dana radeći po 10 sati dnevno. Za koliko dana će taj posao uraditi 16 radnika radeći dnevno po 6 sati?
2. Visine paralelograma su $h_a=4$ cm i $h_b=6$ cm, a obim je 60 cm. Izračunaj površinu paralelograma.
3. Riješi jednačinu/jednadžbu: $\frac{\sqrt{8}}{x} = (\sqrt{288} - \sqrt{98}) \cdot \left(\sqrt{0,02} + \sqrt{4\frac{1}{2}}\right)$.
4. Ako su a, b, c i $\frac{a-b\sqrt{2017}}{b-c\sqrt{2017}}$ racionalni brojevi, dokazati da je tada $ac = b^2$.

5. Dati su kvadrati ABCD u CGEF (vidjeti sliku).
Odrediti površinu trougla AGE ako je $EF=10$ cm.



Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadatka traje 135 minuta.

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

IX razred

Zadaci:

1. Rješenje jednačine $\frac{(x+5)^2}{2} - \frac{(x-2)(x+2)}{3} = (x-1)^2 - (x^2-1) - \frac{55-x^2}{6}$ je odsječak grafika linearne funkcije na y-osi. Odrediti tu linearnu funkciju ako njen grafik prolazi kroz tačku A(-4,3).

2. Na promociji turističke zajednice Tuzlanskog Kantona, gostima su podijeljene brošure sa turističkom ponudom TK. Svaki gost je dobio jednak broj brošura. Da je promociji prisustvovalo 10 gostiju manje, svaki od njih bi dobio 2 brošure više, a da je prisustvovalo 8 gostiju više, svaki bi dobio jednu brošuru manje. Koliko je gostiju prisustvovalo promociji i koliko je brošura svaki od njih dobio?

3. Riješi jednačinu $x^2 - 1 = y^2 + 104$ u skupu prirodnih brojeva.

4. Baza prave četverostrane prizme je romb, čija je površina $\frac{2}{3}k^2$. Manji dijagonalni presjek prizme je kvadrat površine k^2 .

a) Izračunati površinu i zapreminu prizme.

b) Koliko iznosi k, ako su mjerni brojevi površine i zapremine prizme jednaki?

5. Dokazati da je izraz $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2018}$ djeljiv sa brojem 31.

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

R J E Š E N J A

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VI razred

1. Odredi cifre a i b tako da je zbir brojeva $\overline{199a}$ i $\overline{b234}$ djeljiv sa 18. Obrazloži.
2. Prave a i b se sijeku i obrazuju četiri ugla (kuta): dva oštra α i γ i dva tupa β i δ .
Odredi te uglove ako je $7 \cdot (\alpha + \gamma) = 5 \cdot (\beta + \delta)$.
3. Doputovalo je 100 turista. Njih 10 nije znalo ni njemački ni francuski jezik, 75 ih je znalo njemački, a 83 su znali francuski jezik. Koliko turista je znalo oba jezika?
4. Ako je $\frac{3x+y}{3y-x} = 2$, odredi vrijednost izraza $\frac{x+3y}{3x-y}$.
5. Ako broju dodamo njegovu četverostruku recipročnu vrijednost, dobijemo proizvod tog broja i njegove četverostruke recipročne vrijednosti. Koji je to broj?

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

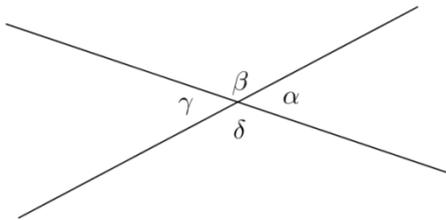
Rješenja - VI razred

1. Da bi zbir bio djeljiv sa 18, on mora biti djeljiv sa 2 i 9, tj. mora biti paran i zbir cifara mu mora biti djeljiv sa 9. Dakle, $a+4$ je paran broj za $a \in \{0,2,4,6,8\}$.

Ako je $a=0$, tada je $b=8$, ako je $a=2$, tada je $b=6$, ako je $a=4$, tada je $b=4$, ako je $a=6$, tada je $b=2$, ako je $a=8$, tada je $b=9$. Imamo pet rješenja:

$(a, b) \in \{(0,8), (2,6), (4,4), (6,2), (8,9)\}$.

1.



Pošto je $\alpha = \gamma$ i $\beta = \delta$,

kao unakrsni uglovi. Iz uslova zadatka dobijamo:

$$7 \cdot (\alpha + \gamma) = 5 \cdot (\beta + \delta)$$

$$7 \cdot (\alpha + \alpha) = 5 \cdot (\beta + \beta),$$

$$14 \alpha = 10 \beta, \text{ tj. } \mathbf{7\alpha = 5\beta}$$

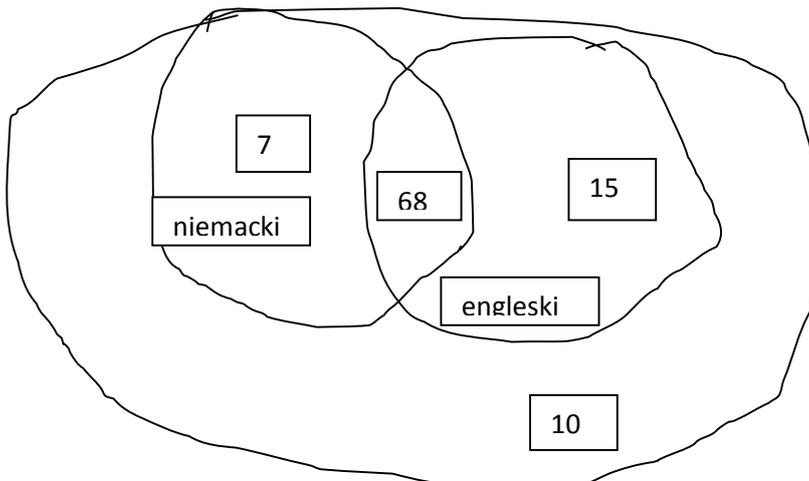
Iz jednačine $\alpha + \beta = 180^\circ$ imamo $\beta = 180^\circ - \alpha$

$$7\alpha = 5(180^\circ - \alpha) = 900^\circ - 5\alpha, 12\alpha = 900^\circ, \alpha = 75^\circ.$$

Iz $\beta = 180^\circ - \alpha$ imamo $\beta = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

Dakle, $\alpha = \gamma = 75^\circ, \beta = \delta = 105^\circ$

2. Koristimo Venov dijagram:



Bar jedan jezik znaju $100 - 10 = 90$ turista. $90 - 75 = 15$ znaju samo francuski jezik. $83 - 15 = 68$ znaju oba jezika. $90 - 83 = 7$ zna samo njemački. Dakle, 90 turista zna barem jedan jezik, 15 zna samo francuski, 7 njemački, dok 68 zna oba jezika.

$$4. \frac{3x+y}{3y-x} = 2 \Leftrightarrow 3x + y = 2(3y - x) \Leftrightarrow 3x + y = 6y - 2x \Leftrightarrow 5x = 5y \Leftrightarrow x = y$$

Uvrštavajući to u $\frac{x+3y}{3x-y}$ dobijamo $\frac{x+3y}{3x-y} = \frac{x+3x}{3x-x} = \frac{4x}{2x} = 2$.

5. Postavlja se jednačina: $a + \frac{4}{a} = a \cdot \frac{4}{a}$. Odavde je jasno da broj a mora biti djeljilac broja 4, tj. jedan od brojeva: 1,2,4. Neposredno se provjeri da je $a = 2$.

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VII razred

Zadaci:

1. Ibrahim zamisli prirodan broj, zatim Milan udupla njegov broj. Nakon toga Amir utrostruči Milanov broj, zatim Ivan ušestrostruči Amirov broj. Zbir svih ovih brojeva je potpun kvadrat broja koji je zamislio Ibrahim. Koji je broj zamislio Ibrahim?
2. Odrediti sve uređene parove (x,y) cijelih brojeva x i y , takvih da je $x^2 + \frac{6}{y} = 10$.
3. Odredi presjek i uniju skupova cijelih brojeva čiji su elementi rješenja nejednačina:
$$-8\frac{1}{4} < 3x < 5\frac{2}{5} \text{ i } -8\frac{1}{4} < -3x < 5\frac{2}{5}$$
4. Na stranicama AC i AB trougla $\triangle ABC$ date su tačke M i N , tako da vrijedi:
 $\sphericalangle BAC = 2x$, $\sphericalangle BMC = 5x$, $\sphericalangle NCB = 6x$, $\sphericalangle MBC = 5x$, $\sphericalangle BNC = 4x$.
Dokazati da je trokut $\triangle ABC$ jednakokraki.
5. Na hipotenuzi AB pravouglog trougla ABC date su tačke M i N tako da je $\overline{AM} = \overline{AC}$ i $\overline{BN} = \overline{BC}$. Izračunati ugao $\sphericalangle MCN$.

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

Rješenja

VII razred

1. Formiramo jednačinu: $x + 2x + 6x + 36x = x^2 \Leftrightarrow 45x = x^2 \Leftrightarrow x = 0$ ili $x = 45$

Ibrahim je zamislio broj 45.

2. Iz $x^2 + \frac{6}{y} = 10$ slijedi da je $\frac{6}{y} = 10 - x^2$. Kako je x cio broj, takav je i x^2 , pa je i $10 - x^2$ cio broj. Odavde slijedi da je i $\frac{6}{y}$ cio broj, pa je y djelilac broja 6, odnosno $y \in \{1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6\}$. Tada je $x^2 = 10 - \frac{6}{y} \in \{4, 16, 7, 13, 8, 12, 9, 11\}$ pa u obzir dolaze samo brojevi 4, 16 i 9. Sva rješenja su dakle: $(x, y) \in \{(2, 1), (-2, 1), (4, -1), (-4, -1), (3, 6), (-3, 6)\}$.

$$3. -8\frac{1}{4} < 3x < 5\frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{33}{4} < 3x < \frac{27}{5} \quad /:3 \Leftrightarrow -\frac{11}{4} < x < \frac{9}{5}, \quad A = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$\text{ i } -8\frac{1}{4} < -3x < 5\frac{2}{5}$$

Slično uradimo i u drugom primjeru $-\frac{9}{5} < x < \frac{11}{4} \dots\dots = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}, \quad A \cap B = \{-1, 0, 1\}$$

4. Označimo na slici uglove: $\sphericalangle BAC = 2x$, $\sphericalangle BMC = 5x$, $\sphericalangle NCB = 6x$,

$\sphericalangle MBC = 5x$, $\sphericalangle BNC = 4x$. Iz $\triangle ANC$: Neka je $\sphericalangle NCA = a$, tada je vanjski ugao

$$\sphericalangle BNC = \sphericalangle BAC + \sphericalangle NCA = 4x = 2x + a \Rightarrow a = 2x \Rightarrow \gamma = 6x + 2x = 8x$$

Iz $\triangle BMC$: $5x + 5x + 8x = 180^\circ \Rightarrow x = 10^\circ$. Dakle, $\gamma = 8x = 80^\circ$. Ozbaćimo $\sphericalangle NBM = b$ Iz

$\triangle BNC$: $b + 5x + 4x + 6x = 180^\circ \Rightarrow b = 180^\circ - 15x = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Dakle,

$\beta = b + 5x = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$. Dakle, trougao $\triangle ABC$ je jednakokraki.

5. Zbog $\overline{AM} = \overline{AC}$ i $\overline{BN} = \overline{BC}$ slijedi da su trouglovi ACM i BCN jednakokraki, tj.

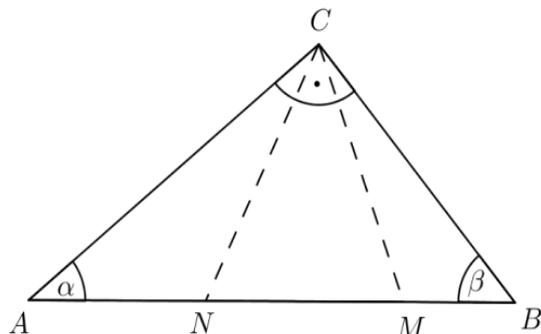
$$\sphericalangle AMC = \sphericalangle ACM = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

te slično

$$\sphericalangle BCN = \sphericalangle BNC = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta) = 90^\circ - \frac{\beta}{2}$$

Dakle,

$$\begin{aligned} \sphericalangle MCN &= 180^\circ - (\sphericalangle MNC + \sphericalangle NMC) = \\ &= 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\beta}{2}\right) = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ. \end{aligned}$$



**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

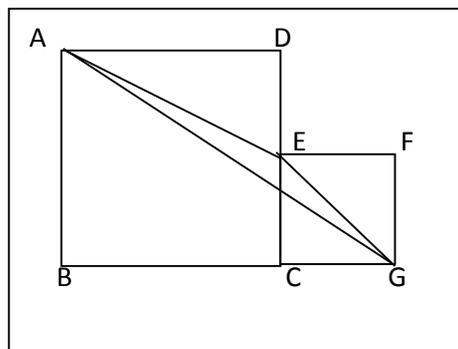
JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

VIII razred

Zadaci:

1. Dvanaest radnika urade neki posao za 8 dana radeći po 10 sati dnevno. Za koliko dana će taj posao uraditi 16 radnika radeći dnevno po 6 sati?
2. Visine paralelograma su $h_a=4$ cm i $h_b=6$ cm, a obim je 60 cm. Izračunaj površinu paralelograma.
3. Riješi jednačinu/jednadžbu: $\frac{\sqrt{8}}{x} = (\sqrt{288} - \sqrt{98}) \cdot \left(\sqrt{0,02} + \sqrt{4\frac{1}{2}}\right)$.
4. Ako su a, b, c i $\frac{a-b\sqrt{2017}}{b-c\sqrt{2017}}$ racionalni brojevi, dokazati da je tada $ac = b^2$.

5. Dati su kvadrati ABCD u CGEF (vidjeti sliku).
Odrediti površinu trougla AGE ako je $EF=10$ cm.



Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadatka traje 135 minuta.

Rješenja

VIII razred

1. Na posao je utrošeno ukupno $12 \cdot 8 \cdot 10$ sati rada, a to je 960 radnih sati. Šesnaest radnika, radeći po 6 sati dnevno odrade 96 sati radnih sati za jedan dan. Na osnovu ovog, zaključujemo da je timo od 16 radnika uz radno vrijeme potrebno 10 dana za dati posao.

2. Iz obrazaca za površinu paralelograma $P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$ dobijamo

$$4a = 6b \quad /:2$$

Iz obrasca za obim dobijamo uslov: $2a + 2b = 60$.

$$2a = 3b$$

Uvrštavanjem dobijamo $3b + 2b = 60$, $5b = 60$, $b = 12$.

$$\text{Na kraju } P = b \cdot h_b = 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2.$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \frac{\sqrt{8}}{x} &= (\sqrt{288} - \sqrt{98}) \cdot \left(\sqrt{0,02} + \sqrt{4\frac{1}{2}} \right) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{8}}{x} = (\sqrt{2 \cdot 144} - \sqrt{2 \cdot 49}) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = (12\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \right) \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = 5\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2} + 15\sqrt{2}}{10} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = 5\sqrt{2} \cdot \frac{16\sqrt{2}}{10} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = 5 \cdot 2 \cdot \frac{16}{10} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = 16 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{16} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{8}. \end{aligned}$$

4. Kako je $\frac{a-b\sqrt{2017}}{b-c\sqrt{2017}} = r$, $r \in Q$ to je $a - b\sqrt{2017} = r(b - c\sqrt{2017})$. Sada je $a - rb = (b - rc)\sqrt{2017}$. Kako je $\sqrt{2017}$ iracionalan broj, ovo je moguće jedino za $a - rb = (b - rc) = 0$, odnosno $r = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$. Odavde je $ac = b^2$, što je i trebalo dokazati.

5. Ako je $AB = x$, tada je

$$P_{ABCE} = \frac{(x+10) \cdot x}{2}, P_{\triangle ABG} = \frac{(x+10) \cdot x}{2} \text{ i } P_{\triangle CGE} = 50 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Sada je } P_{\triangle AGE} = P_{ABCE} + P_{\triangle CGE} - P_{\triangle ABG} = 50 \text{ cm}^2$$

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA
I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

**Takmičenje učenika osnovnih škola Tuzlanskog kantona
iz MATEMATIKE**

JU Prva Osnovna škola Srebrenik, 08.04.2017. godine

IX razred

Zadaci:

1. Rješenje jednačine $\frac{(x+5)^2}{2} - \frac{(x-2)(x+2)}{3} = (x-1)^2 - (x^2-1) - \frac{55-x^2}{6}$ je odsječak grafika linearne funkcije na y-osi. Odrediti tu linearnu funkciju ako njen grafik prolazi kroz tačku A(-4,3).
2. Na promociji turističke zajednice Tuzlanskog Kantona, gostima su podijeljene brošure sa turističkom ponudom TK. Svaki gost je dobio jednak broj brošura. Da je promociji prisustvovalo 10 gostiju manje, svaki od njih bi dobio 2 brošure više, a da je prisustvovalo 8 gostiju više, svaki bi dobio jednu brošuru manje. Koliko je gostiju prisustvovalo promociji i koliko je brošura svaki od njih dobio?
3. Riješi jednačinu $x^2 - 1 = y^2 + 104$ u skupu prirodnih brojeva.
4. Baza prave četverostrane prizme je romb, čija je površina $\frac{2}{3}k^2$. Manji dijagonalni presjek prizme je kvadrat površine k^2 .
 - a) Izračunati površinu i zapreminu prizme.
 - b) Koliko iznosi k, ako su mjerni brojevi površine i zapremine prizme jednaki?
5. Dokazati da je izraz $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2018}$ *djeljiv brojem 31*.

Svaki tačno urađen zadatak boduje se sa 10 bodova.

Izrada zadataka traje 135 minuta.

Rješenja

IX razred

1. Rješenje jednačine $\frac{(x+5)^2}{2} - \frac{(x-2)(x+2)}{3} = (x-1)^2 - (x^2-1) - \frac{55-x^2}{6}$ je $x=-3$. Dakle to je $n=-3$ u traženoj linearnoj funkciji. Dakle $y=kx-3$. Pošto je $A(-4,3)$ to je za $x=-4$ i $y=3$,

$3=-4k-3$, pa je $k=-\frac{3}{2}$. Tražena funkcija je $y = -\frac{3}{2}x - 3$.

2. Neka je bilo x gostiju i neka je svaki gost dobio y brošura. Prema uslovu zadatka imamo jednačine: $(x-10) \cdot (y+2) = xy \wedge (x+8) \cdot (y-1) = xy$. Sređivanjem ovih jednačina dobijamo sistem: $x-5y=10$ i $-x+8y=8$, odakle dobijamo

$x=40$ i $y=6$. Dakle, promociji je prisustvovalo 40 gostiju i svaki od njih je dobio po 6 brošura.

3. $x^2-1=y^2+104 \Leftrightarrow x^2-y^2=105 \Leftrightarrow (x-y)(x+y)=105$

Pošto je $105=3 \cdot 5 \cdot 7 = 1 \cdot 105 = 3 \cdot 35 = 5 \cdot 21 = 7 \cdot 15$. Iz kombinacija:

$$(x-y)(x+y) = 1 \cdot 105 \Leftrightarrow x = 53 \wedge y = 52$$

$$(x-y)(x+y) = 3 \cdot 35 \Leftrightarrow x = 19 \wedge y = 16$$

$$(x-y)(x+y) = 5 \cdot 21 \Leftrightarrow x = 13 \wedge y = 8$$

$$(x-y)(x+y) = 7 \cdot 15 \Leftrightarrow x = 11 \wedge y = 4$$

4. Iz površine manjeg dijagonalnog presjeka zaključujemo da manja dijagonala ima istu dužinu kao i visina prizme k . $H=k$. Iz površine romba dobijamo drugu dijagonalu:

$$\frac{d \cdot k}{2} = \frac{2}{3}k^2 \Leftrightarrow d = \frac{4}{3}k$$

Stranica romba je: $a^2 = \left(\frac{k}{2}\right)^2 + \left(\frac{2k}{3}\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{k^2}{4} + \frac{4k^2}{9} \Leftrightarrow a = \frac{5}{6}k$

$$\text{a) } V = \frac{2}{3}k^2 \cdot k = \frac{2}{3}k^3, \quad P = 2 \cdot \frac{2}{3}k^2 + 4 \cdot \frac{5}{6}k \cdot k = \frac{4}{3}k^2 + \frac{10}{3}k^2 = \frac{14}{3}k^2$$

$$\text{b) } P=V \Leftrightarrow \frac{2}{3}k^3 = \frac{14}{3}k^2 \mid : \frac{2}{3}k^2 \Leftrightarrow k = 7.$$

$$\begin{aligned} 5. 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2018} &= (1 + 5 + 5^2) + 5^3(1 + 5 + 5^2) + \dots + 5^{2015}(1 + 5 + 5^2) = \\ &= (1 + 5 + 5^2)(1 + 5^3 + 5^6 + \dots + 5^{2015}) = 31 \cdot (1 + 5^3 + 5^6 + \dots + 5^{2015}). \end{aligned}$$