



LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

I razred

1. Odrediti sve moguće vrijednosti izraza

$$\frac{1}{a} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b+c} \right) + \frac{1}{b} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{1}{c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b} \right) -$$

$$- \frac{1}{a+b+c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2},$$

pri čemu su a, b, c pozitivni realni brojevi koji zadovoljavaju uslov $ab + bc + ca = abc$.

2. Neka su a, b, c, d, e, f, g sedam različitih prirodnih brojeva manjih ili jednakih od 7. Odrediti sve proste brojeve koji se mogu predstaviti u obliku $abcd + efg$.
3. Naći ostatak pri djeljenju broja
 $A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2009 \cdot 2010 + 2010 \cdot 2011$
 brojem 2012.
4. Kružnica upisana u trougao ABC ima centar u tački S i dodiruje stranice AC i AB u tačkama P i Q , respektivno. Prave BS i CS sijeku pravu PQ u tačkama M i N , respektivno. Dokazati da tačke M, N, B, C leže na istoj kružnici i odrediti centar te kružnice.

Vrijeme za izradu zadataka: 4 sata
Svaki zadatak se vrednuje sa 7 bodova.

SRETNNO!



LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

II razred

1. Riješiti jednačinu

$$x^2 - \sqrt{a-x} = a$$

po x u skupu realnih brojeva, pri čemu je a realan parametar.

2. Harry Potter može da obavi bilo koji od sljedeća tri trika proizvoljan broj puta:

- zamijeniti 1 šljivu i 1 krušku sa 2 jabuke;
- zamijeniti 1 krušku i 1 jabuku sa 3 šljive;
- zamijeniti 1 jabuku i 1 šljivu sa 4 kruške.

Na početku je Harry imao po 2012 komada šljiva, jabuka i krušaka. Harry je obavio određen broj trikova i došao do situacije u kojoj ima 2012 komada jabuka, 2012 komada krušaka i više od 2012 komada šljiva. Koji je minimalan broj šljiva koje može imati u ovoj situaciji?

3. Četverougao $ABCD$ je tetivan. Prava kroz tačku D paralelna sa pravom BC siječe pravu CA u tački P , pravu AB u tački Q i kružnicu opisanu oko četverougla $ABCD$ u tački R . Prava kroz tačku D paralelna sa pravom AB siječe pravu AC u tački S , pravu BC u tački T i kružnicu opisanu oko četverougla $ABCD$ u tački U . Ako je $PQ = QR$, dokazati da je $ST = TU$.
4. Ispitati da li broj $2012^n - 3^n$ može biti potpuni kvadrat, pri čemu je n prirodan broj.

Vrijeme za izradu zadataka: 4 sata
Svaki zadatak se vrednuje sa 7 bodova.

SRETNO!



LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

III razred

1. Za koje realne x i α vrijedi nejednakost
$$\log_2 x + \log_x 2 + 2 \cos \alpha \leq 0?$$
2. Na fudbalskom turniru su učestovale 4 ekipe. Svaka ekipa je igrala tačno jedan meč sa svakom drugom ekipom. Za pobjedu pobjednik dobija 3 boda, a poraženi 0 bodova, a za neriješen rezultat obje ekipe dobijaju po 1 bod. Ako su na kraju turnira sve ekipe imale različit broj bodova i prvoplasirana ekipa 6 bodova, odrediti koliko su bodova imale ostale ekipe.
3. Pokazati da je broj $19 \cdot 8^n + 17$ složen za bilo koji prirodan broj n .
4. Oko trougla ABC opisana je kružnica sa centrom u tački O . Tačka T je težište trougla ABC , a tačke D, E i F su centri kružnica opisanih oko trouglova TBC , TCA i TAB respektivno. Dokazati da je O težište trougla DEF .

Vrijeme za izradu zadataka: 4 sata
Svaki zadatak se vrednuje sa 7 bodova.

SRETN!



LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

IV razred

1. Na fudbalskom turniru su učestovale 4 ekipe. Svaka ekipa je igrala tačno jedan meč sa svakom drugom ekipom. Za pobjedu pobjednik dobija 3 boda, a poraženi 0 bodova, a za neriješen rezultat obje ekipe dobijaju po 1 bod. Ako su na kraju turnira sve ekipe imale različit broj bodova i prvoplasirana ekipa 6 bodova, odrediti koliko su bodova imale ostale ekipe.
2. Neka su a, b, c, d cijeli brojevi takvi da su brojevi $ac, bd, bc + ad$ djeljivi istim prirodnim brojem m . Pokazati da su tada i brojevi bc i ad djeljivi sa m .
3. Oko trougla ABC opisana je kružnica sa centrom u tački O . Tačka T je težište trougla ABC , a tačke D, E i F su centri kružnica opisanih oko trouglova TBC , TCA i TAB respektivno. Dokazati da je O težište trougla DEF .
4. Dokazati nejednakost
$$\frac{A+a+B+b}{A+a+B+b+c+r} + \frac{B+b+C+c}{B+b+C+c+a+r} > \frac{C+c+A+a}{C+c+A+a+b+r},$$
pri čemu sva slova označavaju pozitivne realne brojeve.

Vrijeme za izradu zadataka: 4 sata
Svaki zadatak se vrednuje sa 7 bodova.

SRETNNO!



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (+387)(33) 279-975; Fax: (+387)(33) 649-342

LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE

Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

KONAČNI REZULTATI ZA I RAZRED

Ime i prezime učenika	Naziv srednje škole i mjesto	Šifra	1.	2.	3.	4.	Ukupno	Plasman
Adnan Kreho	Međunarodna srednja škola Sarajevo	133A	7	6	7	6	26	I
Mirza Arnaut	Gimnazija "Dr Mustafa Kamarić", Gračanica	MIKI	7	7	2	6	22	II
Demir Papić	Međunarodna srednja škola Sarajevo	D115	7	0	7	7	21	III
Kemal Mustafić	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	KRUG	7	6	0	6	19	IV
Amar Burić	Gimnazija "Visoko", Visoko	9GAG	7	6	2	0	15	V
Mirza Krbezlija	Međunarodna srednja škola Sarajevo	iyi9	7	1	0	7	15	V
Melika Šišić	Druga gimnazija Sarajevo	27SP	7	6	0	0	13	VII
Ena Hašimbegović	Prva gimnazija Zenica	551E	7	6	0	0	13	VII
Belma Omerbegović	Gimnazija "Meša Selimović", Tuzla	12B6	7	6	0	0	13	VII
Sefer Beširović	Druga gimnazija Sarajevo	BiH7	7	6	0	0	13	VII
Ibrahim Mustafić	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	DR11	6	6	0	0	12	XI
		bez šifre	0	7	2	0	9	
		LOVE	1	6	2	0	9	
		6666	0	6	2	0	8	
		AMY9	0	6	2	0	8	
		A8869	2	6	0	0	8	
		LOSH	7	1	0	0	8	



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (+387)(33) 279-975; Fax: (+387)(33) 649-342

1672	1	6	1	0	8	
A36R	1	6	0	0	7	
PiKa	1	6	0	0	7	
B2B3	0	6	0	1	7	
KAN1	1	5	0	0	6	
patd	0	6	0	0	6	
MS50	0	6	0	0	6	
SGČZ	0	5	0	0	5	
2096	2	0	0	0	2	
RMCF	1	0	0	0	1	
AB97	1	0	0	0	1	
ŽOEK	1	0	0	0	1	
666M	0	1	0	0	1	
4813	1	0	0	0	1	
AŠ06	1	0	0	0	1	
5628	1	0	0	0	1	
abab	1	0	0	0	1	
O604	1	0	0	0	1	
NGDA7	1	0	0	0	1	
ABCA	1	0	0	0	1	
1911	1	0	0	0	1	

Maksimalan broj bodova je 28.



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

KONAČNI REZULTATI ZA II RAZRED

Ime i prezime učenika	Naziv srednje škole i mjesta	Šifra	1.	2.	3.	4.	Ukupno	Plasman
Abdulah Jašarević	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	AB96B	6	7	7	7	27	I
Lamija Kujan	Srednja međunarodna škola Sarajevo	17105	4	7	7	7	25	II
Rijad Muminović	Druga gimnazija Sarajevo	23LQ5	4	7	5	7	23	III
Adnan Okanović	Gimnazija "Dr Mustafa Kamarić" Gračanica	A4095	4	3	5	4	16	IV
Anes Valentić	Tursko-bosanski Sarajevo Koledž	JOKS2	0	6	1	7	14	V
Emir Baručija	Prva gimnazija Zenica	AL47	1	4	7	0	12	VI
Dina Sarajlić	Druga gimnazija Sarajevo	9196	4	0	1	4	9	VII
Irma Hadžić	KŠC "Sveti Franjo" - Opća gimnazija Tuzla	QQMT	2	7	0	0	9	VII
Haris Brkić	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	M3TAL	3	0	0	6	9	VII
		CT302	1	0	7	0	8	
		JUVE1	1	0	7	0	8	
		GMAN2	1	0	0	5	6	
		144MD	1	0	0	4	5	
		MAKA	1	3	1	0	5	
		S1406	2	0	2	0	4	
		1Z43M	4	0	0	0	4	
		AVION	1	1	0	2	4	
		AFMA6	3	0	1	0	4	



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

16189	2	0	1	0	3	
14296	1	0	2	0	3	
MC1BM	1	1	1	0	3	
1996	2	0	0	0	2	
VIETE	2	0	0	0	2	
RF1C	1	0	1	0	2	
31995	1	0	0	0	1	
BORO	1	0	0	0	1	
BAMBI	1	0	0	0	1	
GM910	0	1	0	0	1	
1986	1	0	0	0	1	
BMJSH	1	0	0	0	1	
BILLY	0	1	0	0	1	
55899	1	0	0	0	1	
ANY95	1	0	0	0	1	
LGHIE	0	0	0	0	0	

Maksimalan broj bodova je 28.



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE

Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

KONAČNI REZULTATI ZA III RAZRED

Ime i prezime učenika	Naziv srednje škole i mjesta	Šifra	1.	2.	3.	4.	Ukupno	Plasman
Adnan Ibrić	Gimnazija Lukavac	ŠIFR	7	7	7	1	22	I
Ema Hujić	Druga gimnazija Sarajevo	AEP5	7	6	7	0	20	II
Hadžem Hadžić	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	HAZE	5	7	7	0	19	III
Selver Sadiković	Una-sana college Bihać	MSS3	4	7	6	1	18	IV
Pušćul Belmin	Gimnazija Visioko	NUB1	4	7	0	0	11	V
Suad Krilašević	Druga gimnazija Sarajevo	VEMM	4	6	0	0	10	VI
Sabrija Hasančević	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	4949	4	1	4	1	10	VII
		SGBK	4	5	0	0	9	
		O503	2	7	0	0	9	
		VOA3	2	7	0	0	9	
		51KD	4	4	0	0	8	
		ASDŽ3	1	7	0	0	8	
		M33H	1	7	0	0	8	
		DZDZ	3	3	2	0	8	
		1502	4	3	0	0	7	
		EFG9	4	3	0	0	7	
		AB33	1	6	0	0	7	
		GNRF	4	3	0	0	7	



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY
Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina
Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

JAN2	1	5	0	0	6	
LA04	0	6	0	0	6	
DCTU	2	4	0	0	6	
EMIH	2	4	0	0	6	
Mun3	2	6	0	0	8	
T071	0	4	0	0	4	
1995	1	3	0	0	4	
4AmM	1	2	0	0	3	
ABZN	1	2	0	0	3	
PA2X	2	0	0	0	2	
Bi3T	1	0	0	1	2	

Maksimalan broj bodova je 28.



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

LII TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE

Federalno prvenstvo učenika srednjih škola

Zenica, 14. 4. 2012. godine

KONAČNI REZULTATI ZA IV RAZRED

Ime i prezime učenika	Naziv srednje škole i mjesta	Šifra	1.	2.	3.	4.	Ukupno	Plasman
Hamza Merzić	Prva bošnjačka gimnazija Sarajevo	HM93	7	7	7	7	28	I
Harun Hindija	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	EXTRA	7	7	7	7	28	I
Sead Delalić	Druga gimnazija, Sarajevo	RAUL7	7	6	7	0	20	III
Edin Husić	Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	ZHERO	7	4	3	5	19	IV
Robert Matičević	KŠC "Sveti Franjo" – Opća gimnazija Tuzla	812NN	7	6	2	0	15	V
Eldin Nišić	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	12234	7	0	0	7	14	VI
Esma Mujkoć	Tursko-bosanski Sarajevo koledž	14E12.	6	0	7	0	13	VII
Muhamed Čilašević	Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	ALSET	6	2	0	5	13	VII
Senad Čustović	Treća gimnazija Sarajevo	DANES	7	3	0	0	10	IX
		PAČVR	7	0	0	0	7	
		TROMO	7	0	0	0	7	
		A102	7	0	0	0	7	
		3832X	7	0	0	0	7	
		1105N	7	0	0	0	7	
		279AM	7	0	0	0	7	
		22039	6	0	0	0	6	
		S8MN	6	0	0	0	6	
		DAN1	6	0	0	0	6	
		DIC94	5	0	0	0	5	



UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE / BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY

Zmaja od Bosne 35/IV, 71000 Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Tel. (++387)(33) 279-975; Fax: (++387)(33) 649-342

JABAE	4	0	0	0	4	
BUZZ	3	1	0	0	4	
ŠPAGA	3	0	0	0	3	
0608	2	0	0	0	2	
I57D	2	0	0	0	2	
SP993	2	0	0	0	2	
O102	1	0	0	0	1	
AFIC	1	0	0	0	1	
A7B6C	1	0	0	0	1	
1K6S	1	0	0	0	1	
4291	1	0	0	0	1	
2412	1	0	0	0	1	
1511.	1	0	0	0	1	
DEPP	1	0	0	0	1	
E5D41	1	0	0	0	1	
TIKT	1	0	0	0	1	

Maksimalan broj bodova je 28.